أسس الجبر (ب)

عزيزي الطالب :

هذا الملف هو الملف الثاني من المواد الاساسية في الجبر التي من المفروض ان يعرفها الطالب قبل البدء بالدورة.

الملف يشمل شرحاً شاملاً لمواضيع اساسية في الجبر وهي :

1. صورة عدد - التعويض في صورة عدد
2. معادلة بمتغير واحد
3. متباينة بمتغير واحد
4. معادلتين بمتغيرين: طريقة التعويض وطريقة الحذف لحل معادلتين بمتغيرين
5.القيمة المُطلقة

هذه المواضيع هي مواضيع اساسية في الجبر ومن المستحسن مراجعتها والسيطرة على كل مهارات الحل المعروضة في كل موضوع قبل البدء بالدورة وذلك لكي تكون الاستفادة من الدورة قصوى....

باحترام

طاقم البحث والتطوير- معهد IQ

صورة عدد – التعويض في صورة عدد

تعريف

صورة عدد: هي عملية حسابية، المكتوبة بواسطة أحرف واعداد

أمثلة لصور أعداد:

(1) $m^2-3k+\frac{c}{4}$ (3) $\frac{a}{b}-\frac{x^2}{y}+3$

(2) $3\cdot\sqrt{c^3}+\frac{m}{2}+1$ (4) $\left(X-\frac{y}{2}\right)^2+3b+7$

كل واحد من الأمثلة الأربعة عبارة عن صورة لعدد معين والذي يمكن تحديد قيمته اذا عوضنا اعداد مكان الأحرف ونفذنا العملية الحسابية.

التعويض في صورة العدد:

إذا كان معطى قيمة عددية للأحرف التي في صورة العدد فيمكن تعويضها في صورة العدد وتنفيذ العملية الحسابية المعروضة في صورة العدد، حسب نظام العمليات الحسابية، والتوصل الى النتيجة التي تعرضها صورة العدد في هذه الحالة.

فمثلاً:

نفرض أن K= -1, C=4 , m=2

إذا عوضنا هذه الأعداد مكان الأحرف في صورة العدد التي في المثال (1) أعلاه نحصل على:

$$m^2-3k+\frac{c}{4}$$

$$2^2-3(-1)+\frac{4}{4}\rightarrow 4+3+1=8$$

إذاً القيمة لصورة العدد في هذه الحالة هي 8.

وإذا عوضنا نفس القيم ل- m و c في المثال (2) اعلاه، نحصل على:

$$3\cdot\sqrt{c^3}+\frac{m}{2}+1$$

$$3\cdot\sqrt{4^3}+\frac{2}{2}+1\rightarrow 3\cdot\sqrt{64}+1+1\rightarrow 3\cdot 8+1+1\rightarrow 24+1+1=26$$

إذاً القيمة العددية لصورة العدد في هذه الحالة هي 26.

إذا كان b=-1, y=1, x=2، فإذا عوضنا هذه القيم في المثال 4 أعلاه نحصل :

$$\left(X-\frac{y}{2}\right)^2+3b+7$$

$$\left(2-\tfrac{1}{2}\right)^2+3(-1)+7 \to (1.5)^2-3+7 \to 2.25-3+7 \to 6.25$$

تمارين

1. احسب قيمة التعبير الجبري ؟ $a^2-5b+c=$
   اذا علمت ان $a=-5$ $b=-2$ $c=-30$

2. احسب قيمة التعبير ؟ $(x+y)^3=$
   اذا علمت ان $x=5$ $y=-2$

3. احسب قيمة التعبير الجبري : ؟ $a+3b^2-5c^3+3=$
   اذا علمت ان $a=4$ $b=-3$ $c=-2$

4. احسب قيمة التعبير الجبري : ؟ $\sqrt[3]{c}-\sqrt[4]{a\cdot b}+m^2=$
   اذا علمت ان $c=-125$ $a=-2$ $b=-8$ $m=-4$

5. احسب قيمة التعبير الجبري: ؟ $16m^2-9n^2=$
   اذا علمت ان $m=\frac{1}{4}$ ، $n=-\frac{1}{3}$

6. احسب قيمة التعبير الجبري : ؟ $\left(\frac{a-2c}{a}\right)^3-a^2=$
   اذا علمت ان $a=2$ $c=-1$

7. احسب قيمة التعبير الجبري : ؟ $\frac{2a}{b}-\frac{3c}{d}=$
   اذا علمت ان: $a=2$ $b=5$ $c=-1$ $d=4$

8. احسب قيمة التعبير الجبري: ؟ $\frac{x+4c-3m}{5c}+\frac{2x-3}{4b-n}=$

   اذا علمت ان : $x=6, c=4, b=8, a=5$
   $m=3, n=2$

9. احسب قيمة التعبير الجبري: $\left[a^{2}:\left(\frac{b^{3}-c-1}{2}:5\right)\right]\cdot\sqrt{c}=?$

اذا علمت أن : $c=16, b=3, a=-2$

10 . احسب قيمة التعبير الجبري: $6x:\left[\frac{3m+2n}{6t}:3\right]=?$

اذا علمت أن : $x=\frac{1}{12}, m=3, n=1, t=2$

حل اسئلة التعويض في صورة العدد:

1. $a^2-5b+c=(-5)^2-5\cdot(-2)+(-30)=25+10-30=5$

2. $(x+y)^3=(5+-2)^3=3^3=27$

3. $a+3b^2-5c^3+3=4+3\cdot(-3)^2-5(-2)^3+3=4+3\cdot9-5\cdot(-8)+3=$

$=4+27+40+3=74$

4. $\sqrt[3]{c}-\sqrt[4]{a\cdot b}+m^2=\sqrt[3]{-125}-\sqrt[4]{(-2)(-8)}+(-4)^2=-5-\sqrt[4]{16}+16=-5-2+16=9$

5. $16m^2-9n^2=16\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^2-9\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)^2=16\cdot\frac{1}{16}-9\cdot\left(\frac{1}{9}\right)=\frac{16}{16}-\frac{9}{9}=1-1=0$

6. $\frac{(a-2c)^3}{a}-a^2=\frac{(2-2(-1))^3}{2}-2^2=\frac{(2+2)^3}{2}-2^2=\frac{4^3}{2}-4=\frac{64}{2}-4=32-4=28$

7. $\frac{2a}{b}-\frac{3c}{d}=\frac{2\cdot(2)}{5}-\frac{3\cdot(-1)}{4}=\frac{4}{5}+\frac{3}{4}=\frac{16+15}{20}=\frac{31}{20}=1\frac{11}{20}$

8. $\frac{6+4\cdot4-3\cdot3}{5\cdot4}+\frac{2\cdot6-3}{4\cdot8-2}=\frac{6+16-9}{20}+\frac{12-3}{30}=\frac{13}{20}+\frac{9}{30}=\frac{39+18}{60}=\frac{57}{60}=\frac{19}{20}$

9. $\left[(-2)^2:\left(\frac{3^3-16-1}{2}:5\right)\right]\sqrt{16}=\left[4:\left(\frac{(27-16-1}{2}:5\right)\right]\cdot4=\left[4:\left(\frac{10}{2}:5\right)\right]\cdot4$

$=[4:(5:5)]\cdot4=[4:1]\cdot4=4\cdot4=16$

10. $6\cdot\frac{1}{12}\left[\frac{3\cdot3+2\cdot1}{6\cdot2}:3\right]=\frac{6}{12}\cdot\left[\frac{9+2}{12}:3\right]=\frac{1}{2}\cdot\left[\frac{11}{12}\cdot\frac{1}{3}\right]=\frac{1}{2}\cdot\frac{11}{36}=\frac{11}{72}$

معادلة بمتغير واحد :

معادلة بمتغير واحد هي معادلة من الصورة:

(1) $6y=18$

(2) $4x-8 = 32$

(3) $4z-5=6z+4$

هذه المعادلات هي أمثلة مختلفة للمعادلة بمتغير واحد. في كل واحدة من هذه المعادلات يوجد مُتغير واحد فقط.
حل معادلة بمتغير واحد معناه إيجاد العدد الذي إذا عوضناه مكان المتغير سنحصل على قضية صدق أي بما معناه أننا بعد التعويض سنحصل على نتيجة في طرف المعادلة الأول مساوية للنتيجة التي سنحصل عليها في الطرف الثاني.
مثلاً حل المعادلة الثانية ($4x-8 = 32$) هو $x=10$ وإذا عوضنا مكان المتغيير x العدد 10 في المعادلة سنحصل على $32= 8- 10\cdot4$ وبالفعل الطرف الأيسر من المعادلة هو 8-40 أي 32 ومساوٍ لللطرف الأيمن 32 .

كيف نحل معادلة بمتغير واحد ؟

ابسط صوره للمعادلة بمتغير واحد هي على شكل: $ax=b$

مثلاً :

$5x=20$ **أو** $\frac{3}{4}x = 9$

وحل هذه الصورة يكون بواسطة الضرب بمقلوب العدد الذي مضروب بـ x .

اي لحل المعادلة: $ax=b \longleftarrow$ نضرب بمقلوب a وهو $\frac{1}{a}$ ونحصل على:

$$\frac{1}{a} \times / \ ax=b \ / \times \frac{1}{a}$$

$$x = \frac{b}{a}$$

أمثلة محلولة :

$$5x=20 \longrightarrow \frac{1}{5}\times / 5x=20 / \times\frac{1}{5} \longrightarrow x=4$$

$$\frac{3}{4}x=9 \rightarrow \frac{4}{3}\cdot\Big/\frac{3}{4}x=9\Big/\cdot\frac{4}{3} \rightarrow x=12$$

تذكر!: مقلوب كسر هو تبديل بين البسط والمقام .

إذا لم تكن المُعادلة بالصورة البسيطة مثل ax=b إذا نبسطها حتى نصل الى الصورة ax=b

مثال :

$$3x-4=5x+12$$

في هذه المعادلة يجب أن نقوم بتجميع المتغييرات في طرف واحد من المعادلة، والأعداد في طرف آخر وذلك بواسطة استعمال القاعده التالية :-

اذا نقلنا عدد او متغير من جهه لأخرى من أشارة المساواه (=) نقلب اشارته من + ألى - أو بالعكس من - إلى + .

وحسب المثال السابق إذا جمعنا الأعداد في طرف من المعادلة والمُتغييرات في طرف آخر نحصل على :

$$3x-5x=12+4$$

$$-\frac{1}{2}\times / -2x=16 / \times -\frac{1}{2}$$

$$x=\frac{16}{-2}=-8$$

$$X=-8$$

ملاحظات:

1. اذا لم تكن اشارة قبل العدد فمعنى ذلك ان اشارته + .
2. يمكننا ضرب (او قسمة) المعادلة بأي عدد لا يساوي صفر بهدف تبسيطها أو التخلص من المقامات في المعادلات التي على صورة كسور .

مثال :

$$\frac{3x}{2}+\frac{2x}{5}=19$$

لحل هذه المعادلة من المُفضل ضرب طرفي المعادلة بعدد يقسم على المقامات بهدف التخلص منهم:

نضرب المعادلة بـ 10

$$\times 10/\frac{3x}{2}+\frac{2x}{5}=19/\times 10$$

نحصل على :

$$\frac{30x}{2}+\frac{20x}{5}=190 \rightarrow 15x+4x=190 \rightarrow 19x=190 \rightarrow x=10$$

للتلخيص :

1. **حل مُعادلة بمتغير واحد يعتمد على تبسيط المعادلة وتجميع المتغييرات في طرف واحد والأعداد في طرف آخر.**
2. **اذا نقلنا عدد او متغير من جهه لأخرى من أشارة المساواه (=) نقلب اشارته من + ألى - أو بالعكس من - إلى + .**
3. **يمكننا ضرب طرفي المعادلة أوقسمتها على أي عدد لا يساوي صفر بهدف تبسيطها وتجميع المتغيرات في طرف من المعادلة والأعداد في طرف آخر.**
4. **نبسط المعادلة حتى نصل إلى الصورة البسيطة ax=b ومن ثم نضرب طرفي المعادلة بمقلوب العدد الذي مضروب به x .**
5. **تذكر مقلوب عدد هو 1 على العدد ومقلوب الكسر نحصل عليه بواسطة التبديل بين البسط والمقام.**

تمارين

حل المعادلات بمُتغير واحد الآتية وجد قيمة x ؟

1) $x-5=-8$

2) $3x-40=14-3x$

3) $5(2x-1)-3(x-4)=28$

4) $\frac{2x}{3}=10$

5) $\frac{3x+4}{5}=5$

6) $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}=5$

7) $\frac{10}{x}=2$

8) $\frac{5}{x-2}=\frac{3}{x}$

حل اسئلة معادلة بمتغير واحد :

(1) $x-5=-8 \to x=-8+5 \to x=-3$

(2) $3x-40=14-3x \to 3x+3x=14+40 \to 6x=54 \to x=9$

(3) $5(2x-1)-3(x-4)=28 \to 10x-5-3x+12=28 \to 10x-3x=28-12+5$

$\to 7x=21 \to x=3$

(4) $\frac{2x}{3}=10 \to x=\frac{10\cdot 3}{2} \to x=15$

نضرب المعادلة بالعدد 5

(5) $\frac{3x+4}{5}=5 \to 3x+4=25 \to 3x=25-4 \to 3x=21 \to x=7$

نضرب المعادلة بالعدد 6

(6) $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}=5 \to \frac{6x}{2}+\frac{6x}{3}=30 \to 3x+2x=30 \to 5x=30 \to x=6$

نضرب المعادلة بـ X $(x\neq 0)$

(7) $\frac{10}{x}=2 \to \frac{10x}{x}=2x \to 10=2x \to x=5$

(8) $\frac{5}{x-2}=\frac{3}{x} \to$

نضرب ضرب تبادلي

$\to 5x=3x-6 \to 5x-3x=-6 \to 2x=-6 \to x=-3$

متباينة بمتغير واحد

متباينة بمتغير واحد هي صورة جبرية تشمل متغير واحد (مثل المعادلة) لكن أحد الأطراف أكبر (أو أصغر) من الآخر وذلك بحسب ما تُحدده إشارة التباين .

أشارة التباين هي واحدة > لها رأس حاد وهذا الرأس يوُجه دائماً للطرف الأصغر في المتباينة فمثلاً :

المتباينة X< 7

تُقرأ X أصغر من 7 لأن رأس الأشارة بإتجاه X .

المتباينة X > - 4

تُقرأ X أكبر من 4- لأن رأس الأشارة بإتجاه 4- (أي 4- هي أصغر من X).

أنتبه : فَتحة الأشارة هي بإتحاه الطرف الأكبر (ورأسها بإتجاه الطرف الأصغر) .

ما هو حل مُتباينة بمتغير واحد ؟

حل متباينة بمتغيّر واحد هو مجموعة الأعداد التي تُحقق المُتباينة وتعطينا قضية صدق.

فمثلاً في المُتباينة **4 -** > X الحل هو مجموعة الأعداد التي أكبر من العدد 4- ، أي الأعداد مثل : 3- أو 0 أو 5 أو 9.25 كلها تُحقق المتباينة **4 - > X**.

كيف نحل متباينة بمتغير واحد ؟

حل متباينة بمتغيّر واحد يكون بنفس أسلوب وقواعد حل معادلة بمتغير واحد ولكن هنالك فرق واحد في قواعد الحل وهو:

عندما نضرب أو نقسم متباينة على عدد سالب فإننا نقلب إشارة التباين.

أمثلة محلولة :

مثال 1 :

$$3x < 12$$

نضرب بمقلوب العدد 3 (أو نقسم طرفي المتباينة على 3) نحصل على :

$$X < 4$$

<u>مثال 2 :</u>

$$-4x < 20$$

نضرب بمقلوب العدد 4- (أو نقسم طرفي المتباينة على 4-) نحصل على :

$$x > -5$$

أنتبه بما أننا قسمنا على عدد سالب إذا قلبنا إشارة التباين.

<u>مثال3 :</u>

$$-3X-8< 10$$

$$-3x-8<10 \longrightarrow -3x<10+8 \longrightarrow -3x<18 \longrightarrow x>-6$$

لأيجاد x قسمنا على 3-
ولذلك قلبنا إشارة التباين

<u>مثال4 :</u>

$$\frac{12x+15}{-5} \geq 9$$

نضرب المتباينة ب 5- لنتخلص من المقام ونقلب إشارة التبائن،نحصل على:

$$12X+15 \leq -45 \rightarrow 12X \leq -45-15 \rightarrow 12X \leq -60 \rightarrow X \leq -5$$

تمارين

حل المتباينات بمُتغير واحد الآتية وجد قيمة x ؟

1) $3x > 9$

2) $-6x > -24$

3) $6x - 15 > 8x + 5$

4) $\frac{2x+3}{-4} \geq 12$

5) $\frac{2x}{3} - \frac{3x}{4} \geq -10$

حل متباينة بتمغير واحد:

(1) $3x > 9 \rightarrow x > \frac{9}{3} \rightarrow x > 3$

(2) $-6x > -24 \rightarrow x < \frac{-24}{-6} \rightarrow x < 4$

(3) $6x - 15 > 8x + 5 \rightarrow 6x - 8x > 5 + 15 \rightarrow -2x > 20 \rightarrow x < \frac{20}{-2} \rightarrow x < -10$

نضرب المتباينة بالعدد 4-

(4) $\frac{2x+3}{-4} \geq 12 \rightarrow 2x + 3 \leq -48 \rightarrow 2x \leq -51 \rightarrow x \leq -25.5$

نضرب المتباينة بالعدد 12

(5) $\frac{2x}{3} - \frac{3x}{4} \geq -10 \rightarrow \frac{24x}{3} - \frac{36x}{4} \geq -120 \rightarrow 8x - 9x \geq -120 \rightarrow -1x \geq -120 \rightarrow x \leq 120$

هيئة معادلتين بمتغيرين

هيئة معادلتين بمُتغيرين عبارة عن معادلتين فيهما نفس المتغيرين.

مثلاً :

6x-3y=9

4x+5y=18

هاتان المُعادلتان عبارة عن معادلتين بمتغيرين فيهما نفس المتغيرين وهما x و y.

والمعادلتين:

6(a+2b)=3a+12

b=3a- 6(5-3b)

عبارة عن معادلتين فيهما نفس المتغيرين وهما a و b .

ما هو حل معادلتين بمتغيرين ؟

حل معادلتين بمتغيّرين هو زوج الأعداد (x, y) الذي يحقق المعادلتين في نفس الوقت.

لنأخذ مثلاً هيئة المعادلتين بمتغيرين التالية:

$$(1) y = 2x - 4$$
$$(2) 3x - 2y = 3$$

لكل واحدة من هاتين المعادلتين هنالك مجموعة من أزواج الأعداد التي تحققها.
فمثلاً المعادلة الأولى: $y = 2x - 4$ يحققها الزوج $x = 1$ و $y = -2$ لأنه إذا عوّضنا هذا الزوج في المعادلة سنحصل على قضية صدق، إذ أن الطرف الأيسر من المعادلة (y) هو 2- والطرف الأيمن هو $2 \cdot 1 - 4 = -2$ $(2x - 4)$ إذًا الطرف الأيمن (2-) مساوٍ للطرف الأيسر (2-).

وكذلك الزوج (5,6) يحقق المعادلة الأولى لأن الطرف الأيسر (y) هو 6 والطرف الأيمن هو $2 \cdot 5 - 4 = 6$ $(2x - 4)$ إذًا الطرف الأيسر (6) والأيمن (6) متساويين.

بينما الزوج (0,1) لا يحقق المعادلة لأن الطرف الأيسر هو 1 والأيمن هو $2 \cdot 0 - 4 = -4$ والطرفين غير متساويين.

إذًا للمعادلة الأولى هنالك أزواج (x,y) تحققها وأزواج (x,y) لا تحققها.
كذلك الأمر بالنسبة للمعادلة الثانية. فالزوج $(1,-2)$ لا يحققها لأنه إذا عوّضناه في المعادلة الثانية سنحصل في الطرف الأيسر $3x-2y$ على $3\cdot1-2(-2)=7$.
أما الطرف الايمن من المعادلة فهو 3 والطرفين غير متساويين. أما الزوج $(5,6)$ فيحقق المعادلة الثانية لأنه إذا عوّضناه في الطرف الأيسر من المعادلة سنحصل على $(3x-2y)$ $3\cdot5-2\cdot6=3$ والطرف الأيمن هو 3 إذًا الزوج $(5,6)$ يحقق المعادلة ويعطينا قضية صدق.

إذًا رأينا أن الزوج $(5,6)$ يحقق المعادلة الأولى والمعادلة الثانية ايضًا ولذلك فهو حل لهيئة المعادلتين بمتغيرين.

كيف نحل معادلتين بمتغيرين؟

هنالك طريقتان لحل معادلتين بمتغيرين:
الطريقة الأولى تسمى **طريقة التعويض** ونستعملها عادةً عندما تكون احدى المعادلتين معطاة **بالصورة الصريحة**.

تعريف

الصورة الصريحة للمعادلة:
هي الصورة التي فيها أحد المتغيرات في جهة من المعادلة وبقية المركبات في الجهة الأخرى .

مثلاً:

$$x=2y+5 \quad \text{أو} \quad y=4x-3\,.$$

لنفرض أن لدينا هيئة المعادلتين:

$$y=4x-1$$
$$2x+y=5$$

إذًا بحسب طريقة التعويض فبما اننا نبحث عن نفس المتغير x ونفس المتغير y الذي يحقق المعادلتين في نفس الوقت لذلك يمكننا أن نعوض متغير واحد من إحدى المعادلات مكان نفس المتغير بالمعادلة الثانية (مثلاً نأخذ y من الأولى ونعوضه بالثانية مكان y).
وبالتالي بحسب المثال المعطى بما أنه من المعادلة الأولى $y=4x-1$ إذًا يمكننا أن نعوض مكان y في المعادلة الثانية $4x-1$ (لأن y مُساوٍ لـ$4x-1$) ونحصل على:

$$2x+(4x-1)=5\,.$$

مكان y في المعادلة الثانية عوضنا 4x-1

أي حصلنا على معادلة بمتغير واحد: $2x+4x-1=5$

وبهذه الحالة **<u>انتقلنا من معادلتين بمتغيرين</u>** إلى **<u>معادلة بمتغير واحد</u>** والتي نعرف كيف نحلّها.

نحل المعادلة $2x+4x-1=5$

$$6x=5+1$$

$$6x=6$$

$$x=1$$

إذًا وجدنا أن x الذي يُحقق المعادلتين هو 1 ولذلك بقي علينا أن نجد y.

لكي نجد y نعوض بالمعادلة المعطاة بالصورة الصريحة $y=4x-1$ (لأن التعويض فيها أسهل)

نُعوض مكان x العدد 1 ونحصل على:

$$y=4\cdot1-1=4-1=3$$

إذًا $y=3$.

والزوج $(1,3)$ هو حل هيئة المعادلتين بمتغيرين.

<u>ملاحظة:</u>

أيضًا إذا عوّضنا $x=1$ في المعادلة الثانية سنحصل على نفس النتيجة وهي $y=3$.

<u>مثال إضافي:</u>

حل هيئة المعادلتين بمتغيرين:

$$y=3x+4$$

$$5x+3y=-2$$

نُعوض قيمة y من الصورة الصريحة بالمعادلة الاولى في المعادلة الثانية.

في المعادلة الاولى y هو $3x+4$ نعوّض بالثانية نحصل على:

$$5x+3(3x+4)=-2$$

حصلنا على معادلة بمتغير واحد نبسطها ونحلّها:

$$5x+9x+12=-2$$

$$5x+9x=-2-12$$

$$14x=-14$$

$$x=-1$$

<u>نجد y:</u>

نعوض $x=-1$ في المعادلة المعطاة بالصورة الصريحة (المعادلة الاولى) نحصل على:

$$y=3x+4$$
$$y=3\cdot(-1)+4$$
$$y=-3+4=1$$
$$y=1$$

إذًا الزوج $(-1,1)$ هو حل هيئة المعادلتين بمتغيرين.

تمارين:

حل هيئة المعادلات بمتغيرين الآتية بطريقة التعويض:

(1) $\begin{matrix} y=2x-1 \\ 3x+4y=7 \end{matrix}$ (2) $\begin{matrix} y=5-2x \\ 2x-3y=1 \end{matrix}$ (3) $\begin{matrix} y=5-4x \\ 3x+4y=-6 \end{matrix}$

(4) $\begin{matrix} 2y=15-3x \\ 4x+2y=17 \end{matrix}$ (5) $\begin{matrix} 3y=6-2x \\ 4x-3y=12 \end{matrix}$

الحلول:

(1) $\begin{matrix} y=2x-1 \\ 3x+4y=7 \end{matrix}$

$$3x+4(2x-1)=7$$
$$3x+8x-4=7$$
$$3x+8x=7+4$$
$$11x=11$$
$$x=1$$

نجد y:

$$x=1 \quad \Rightarrow y=2x-1$$
$$y=2\cdot1-1=2-1=1$$
$$y=1$$

الحل: $(1,1)$

(2) $\begin{matrix} y=5-2x \\ 2x-3y=1 \end{matrix}$

$$2x-3(5-2x)=1$$
$$2x-15+6x=1$$
$$2x+6x=1+15$$
$$8x=16$$
$$x=2$$

<u>نجد y:</u>

$$x=2 \Rightarrow y=5-2x$$
$$y=5-2\cdot 2$$
$$y=5-4=1 \Rightarrow y=1$$

الحل: $(2,1)$

---

(3) $\begin{matrix} y=5-4x \\ 3x+4y=-6 \end{matrix}$

$$3x+4(5-4x)=-6$$
$$3x+20-16x=-6$$
$$3x-16x=-6-20$$
$$-13x=-26$$
$$x=2$$

<u>نجد y:</u>

$$x=2 \Rightarrow y=5-4x$$
$$y=5-4\cdot 2=5-8=-3$$
$$y=-3$$

الحل: $(2,-3)$

(4)
$$2y = 15 - 3x$$
$$4x + 2y = 17$$

في هاتين المعادلتين نلاحظ أنه في المعادلة الأولى معطى $2y$ وفي المعادلة الثانية يوجد ايضًا $2y$ ولذلك نعوّض $2y$ من الاولى مكان الثانية مباشرةً.

من الأولى $2y = 15 - 3x$ لذلك نعوض بدل $2y$ في الثانية $15 - 3x$ ونحصل على:

$$4x + 15 - 3x = 17$$
$$4x - 3x = 17 - 15$$
$$x = 2$$

<u>نجد y:</u>

نعوض في المعادلة الاولى ونحصل على:

$$2y = 15 - 3 \cdot 2$$
$$2x = 15 - 6$$
$$2y = 9$$
$$y = 4.5$$

إذًا الحل: (2,4.5)

---

(5)
$$3y = 6 - 2x$$
$$4x - 3y = 12$$

في هذه الهيئة نلاحظ أنه في المعادلة الاولى معطى $3y$ وايضًا في المعادلة الثانية معطى $3y$ ولذلك يمكننا أن نعوض بدل $3y$ من المعادلة الاولى في الثانية .

$3y$ هي $6 - 2x$ ولذلك نعوّض بالثانية ونحصل على :

$$4x - (6 - 2x) = 12$$

وحصلنا على معادلة بمتغير واحد، نبسطها ونحلها:

$$4x - 6 + 2x = 12$$
$$4x + 2x = 12 + 6$$
$$6x = 18$$
$$x = 3$$

<u>نجد y:</u>

$$x=3 \Rightarrow 3y=6-2x$$

$$3y=6-2\cdot 3=0$$

$$3y=0$$

إذًا $y=0$

الحل: $(3,0)$.

حل هيئة معادلتين بمتغيرين - طريقة الحذف

طريقة الحذف أو الأختزال

ترتكز طريقة الحذف على القاعدة أنه يمكننا جمع أو طرح معادلتين دون أن نُغير حل الهيئة.
الهدف أن نجمع المعادلتين أو نطرحهم لكي نحصل على معادلة جديدة فيها متغير واحد.

مثال:

معطاة هيئة المعادلتين بمتغيرين:

$$2x+3y=8$$
$$3x-3y=-3$$

في هاتين المعادلتين نلاحظ أن العدد المضروب بالمتغير y في المعادلة الاولى هو 3 والعدد المضروب بالمتغير y بالمعادلة الثانية هو 3-. إذًا بهذه الحالة يمكننا جمع المعادلتين واختزال (أو حذف) المتغير y والحصول على معادلة واحدة.

إذ أن من جمع المعادلتين سنحصل على 0y....

نجمع المعادلتين:

$$\begin{array}{r} 2x+3y=8 \\ + \quad 3x-3y=-3 \\ \hline \end{array}$$

$3x+2x+0=8+(-3)$ بعد أن جمعنا المعادلتين حصلنا عل معادلة بالمتغير x فقط.

$$5x=5$$
$$x=1$$

نجد y:

نختار واحدة من المعادلات في الهيئة، ونعوّض مكان x ونجد y.

$$x=1 \Rightarrow 2x+3y=8$$
$$2\cdot(1)+3y=8$$
$$2+3y=8$$
$$3y=8-2$$
$$3y=6$$
$$y=2$$

الحل: $(1,2)$

<u>مثال إضافي:</u>

$$5x-2y=16$$
$$5x+4y=-2$$

في هاتين المعادلتين العدد الذي مضروب بالمتغير x هو 5 ولذلك إذا طرحنا المعادلتين سنختزل أو نحذف المتغير x ونبقى مع معادلة بمتغير واحد.

<u>نطرح المعادلتين:</u>

$$5x-2y=16$$
$$-\quad 5x+4y=-2$$

$$-2y-(+4y)=16-(-2)$$
$$-6y=18$$
$$y=-3$$

<u>نجد x:</u>

نأخذ إحدى المعادلتين ونعوّض فيها $y=-3$ ونجد x

$$5x-2y=16$$
$$5x-2\cdot(-3)=16$$
$$5x+6=16$$
$$5x=16-6$$
$$5x=10$$
$$x=2$$

إذًا الحل هو: $(2,-3)$

<u>مثال إضافي:</u>

$$3x-2y=7$$
$$5x+3y=-1$$

في هاتين المعادلتين العدد المضروب ب x في المعادلتين غير متساوي وكذلك العدد المضروب ب y غير متساوي، لذلك بهذه الحالة علينا أن نجعل إمّا العدد بجانب x في المعادلتين نفسه أو العدد بجانب y نفسه.

إذا أردنا أن نجعل العدد الذي بجانب y نفسه بالمعادلتين إذًا نضرب العدد الذي بجانب y في المعادلة الثانية الـ (3) بالمعادلة الأولى والعدد الذي بجانب y في المعادلة الأولى الـ (2) بالمعادلة الثانية.

<u>أي:</u>

$$3\cdot/3x-2y=7/\cdot3$$
$$2\cdot/5x+3y=-1/\cdot2$$

بهذه الحالة نحصل على الوضع التالي:

$$9x-6y=21$$
$$10x+6y=-2$$

في هاتين المعادلتين حصلنا على وضع جديد فيه بالمعادلة الاولى العدد 6- مضروب ب y وبالثانية 6 وبهذه الحال: يمكننا جمع المعادلتين واختزال المتغير y.

$$\begin{array}{r} 9x-6y=21 \\ +\;10x+6y=-2 \\ \hline 19x=19 \\ x=1 \end{array}$$

<u>نجد y:</u>

$$x=1\Rightarrow 3x-2y=7$$
$$3\cdot1-2y=7$$
$$-2y=7-3$$
$$-2y=4$$
$$y=-2$$

الحل: $(1,-2)$

<u>مثال إضافي:</u>

$$2x-y=2y-2x-3$$
$$3x-4y=-y-2x$$

هاتين المعادلتين غير مبسطتين لذلك يجب أن نبسّط المعادلتين أولاً أي نُجّمع المتغيرات في جهة والاعداد في الجهة الأخرى.

<u>نُبسط المعادلة الأولى:</u>

$$2x+2x-y+2y=-3$$
$$4x-3y=-3$$

<u>نبسّط المُعادلة الثانية:</u>

$$3x-4y=-y-2x$$
$$3x-4y+y-2x=0$$
$$3x+2x-4y+y=0$$
$$5x-3y=0$$

إذًا بعد التبسيط حصلنا على الهيئة :

$$4x-3y=-3$$
$$5x-3y=0$$

في المعادلة الاولى والثانية العدد المضروب بِ y هو 3- ، ولذلك يمكننا طرح المعادلتين واختزال المتغير y.

<u>نطرح المعادلتين:</u>

$$\begin{array}{r} 4x-3y=-3 \\ -\ \ 5x-3y=0 \\ \hline -1x+0y=-3 \end{array}$$

$$-1x=-3$$
$$x=3$$

نجد y:

$$x=3 \Rightarrow 4x-3y=-3$$
$$4\cdot 3-3y=-3$$
$$12-3y=-3$$
$$-3y=-3-12$$
$$-3y=-15$$
$$y=5$$

الحل: $(3,5)$

تلخيص:

1- في طريقة الحذف نجمع أو نطرح المعادلتين بهدف اختزال أحد المتغيرات والحصول على معادلة بمتغير واحد.

2- لكي نختزل متغير بواسطة جمع أو طرح المعادلتين يجب أن يكون العددين بجانب المتغير الذي نختزله في المعادلتين متساويين أو مضادّين.

3- إذا لم يكن العددين بجانب أي واحد من المتغيرين متساويين أو مُضادين، إذًا يمكننا أن نضرب المعادلتين (أو نقسمهم) بأعداد لا تساوي صفر، بهدف جعل العددين بجانب أحد المتغيرات متساويين أو مضادّين وبعدها نجمع أو نطرح المعادلتين.

4- إذا كان العددين بجانب نفس المتغير في المعادلتين متساوي إذًا نطرح المعادلتين.
إذا كان العددين بجانب نفس المتغيرين في المعادلتين مضادين إذًا نجمع المعادلتين.

حل هيئة المعادلات بمتغيرين الآتية بطريقة الحذف:

(1) $\begin{matrix} 5x-3y=-8 \\ 5x+4y=-1 \end{matrix}$ (2) $\begin{matrix} 4x-5y=3 \\ 3x+5y=11 \end{matrix}$ (3) $\begin{matrix} 6x-5y=8 \\ 3x+2y=13 \end{matrix}$

(4) $\begin{matrix} 5x-3y=26 \\ 2x+5y=-2 \end{matrix}$ (5) $\begin{matrix} 5x-2y+11=3y-4x+25 \\ 8x+9y+8=9+2x+4y \end{matrix}$

الحلول :

$$(1)\ -\ \begin{aligned} 5x-3y&=-8\\ 5x+4y&=-1 \end{aligned}$$

$$-3y-4y=-8-(-1)$$
$$-7y=-7$$
$$y=1$$

نجد x:

$$5x+4y=-1$$
$$5x+4\cdot 1=-1$$
$$5x=-1-4$$
$$5x=-5$$
$$x=-1$$

الحل : $(-1,1)$

$$(2)\ +\ \begin{aligned} 4x-5y&=3\\ 3x+5y&=11 \end{aligned}$$

$$7x=14$$
$$x=2$$

نجد y:

$$4x-5y=3$$
$$4\cdot 2-5y=3$$
$$-5y=3-8$$
$$-5y=-5$$
$$y=1$$

الحل : $(2,1)$

(3) $\begin{aligned} 6x-5y&=8 \\ 3x+2y&=13 \end{aligned}$

الأعداد بجانب المتغيرين غير متساوية وغير مضادّة ايضًا. ولكن إذا ضربنا المعادلة الثانية بِ 2 سنحصل على العدد 6 بجانب x.

نضرب المعادلة الثانية بِ 2:

$$6x-5y=8$$
$$2\cdot/3x+2y=12/\cdot2$$

$$\begin{aligned} 6x-5y&=8 \\ 6x+4y&=26 \end{aligned} \quad +$$

$$-5y-4y=8-26$$
$$-9y=-18$$
$$y=2$$

نجد x:

$$3x+2y=13$$
$$3x+2\cdot2=13$$
$$3x=13-4$$
$$3x=9$$
$$x=3$$

الحل: (3,2)

---

(4) $\begin{aligned} 2\cdot/5x-3y&=26 \\ 5\cdot/2x+5y&=-2 \end{aligned}$

$$\begin{aligned} 10x-6y&=52 \\ 10x+25y&=-10 \end{aligned} \quad -$$

$$-6y-25y=52-(-10)$$
$$-31y=62$$
$$y=-2$$

نجد x :

$$2x+5y=-2$$
$$2x+5\cdot(-2)=-2$$
$$2x-10=-2$$
$$2x=8$$
$$x=4$$

الحل : $(4,-2)$

---

(5) نبسّط المعادلة الأولى:

$$5x-2y+11=3y-4x+25$$
$$5x+4x-2y-3y=25-11$$
$$9x-5y=14$$

نبسّط المعادلة الثانية:

$$8x+9y+8=9+2x+4y$$
$$8x-2x+9y-4y=9-8$$
$$6x+5y=1$$

بعد التبسيط تصبح الهيئة:

$$9x-5y=14$$
$$6x+5y=1$$

نجمع المعادلتين ونحصل على:

$$15x+0=15$$
$$x=1$$

نجد y:

$$9x-5y=14$$
$$9\cdot1-5y=14$$
$$-5y=14-9$$
$$-5y=5$$
$$y=-1$$

الحل: $(1,-1)$

القيمة المطلقة لعدد:

تعريف:

القيمة المطلقة لعدد هي بُعد العدد عن الصفر. أي كم وحدة يبعد عن الصفر.

إشارة القيمة المطلقة هي $|x|$ وتقرأ القيمة المطلقة لـ x.

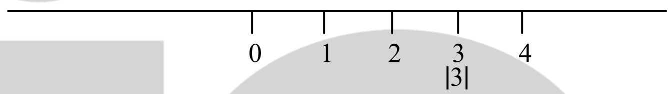
بما أن البُعد يُقاس بوحدات موجبة إذ لا يمكن أن يكون البعد سالب لذلك القيمة المطلقة لأي عدد هي مقدار موجب أو صفر.

أمثلة:

$|3|=$ القيمة المطلقة للعدد 3 وهو بُعد العدد 3 عن الصفر.

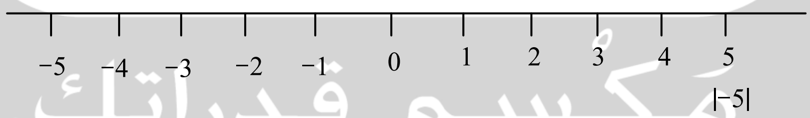
واضح أن بُعد العدد 3 عن الصفر هو 3 وحدات ولذلك $|3|=3$.

يمكن توضيح ذلك من خلال محور الأعداد:



بعد العدد 3 عن الصفر هو 3 وحدات ولذلك $|3|=3$.

القيمة المطلقة للعدد 5- أو $|-5|$ هي بُعد العدد 5- عن الصفر. العدد 5- هو عدد سالب لكن بُعده عن الصفر هو 5 وحدات أو $|-5|=5$. يمكن توضيح ذلك من خلال محور الأعداد.



واضح أن القيمة المطلقة للعدد 5- هو 5 لأن العدد 5- يبعد 5 وحدات عن الصفر أي $|-5|=5$.

من ناحية جبرية يمكن تعريف القيمة المطلقة لعدد كالتالي:

إذا كان $x \geq 0$ إذاً $|x|=x$

إذا كان $x<0$ إذاً $|x|=-x$

وبالكلمات:

القيمة المطلقة لعدد موجب أو صفر هي العدد نفسه والقيمة المطلقة لعدد سالب هي مضاد العدد.

أمثلة:

$|7|=7$ العدد 7 موجب لذلك قيمته المطلقة هي العدد نفسه.

$|-12|=-(-12)=12$ العدد 12- سالب ولذلك قيمته المطلقة هي مضاد العدد 12- أي 12-- أو 12+.

***انتبه** : **للعدد ومُضاده يوجد نفس القيمة المطلقة أي** $|-x|=|x|$

تمارين في تعريف القيمة المطلقة

1. معطى أن $|x|=6$، ما هي القيم الممكنة للتعبير $|3-x|$؟

2. معطى أن $|a|=8$ ما هي القيم الممكنة للتعبير $|4+a|$؟

3. معلوم أن $-4 \le x \le 6$ ما هي أكبر قيمة ممكنة للتعبير $|x+a|=?$ (بدلالة a)؟

4. معلوم أن $-2 \le x \le 5$ ما هي أكبر قيمة ممكنة للتعبير $|x+b|$ (بدلالة b)؟

5. حدّد متى يحصل التعبير $|x+c|$ على أكبر قيمة له إذا علمت أن $-6 \le x \le 3$ و $-7 \le c \le 5$ وما هي هذه القيمة؟

الحلول:

1. بما أن $|x|=6$ إذًا $x=6$ أو $x=-6$ ولذلك القيّم الممكنة للتعبير $|x-3|$ هي $|-6-3|=9$ أو $|6-3|=3$.

2. بما أن $|a|=8$ إذًا $a=8$ أو $a=-8$ ولذلك القيم الممكنة للتعبير $|a+4|$ هو إمّا $|8+4|=12$ أو $|-8+4|=4$.

3. في هذا السؤال يجب أن نُميّز بين a موجب أو صفر وبين a سالب لكي نحدد أكبر قيمة ممكنة:

إذا كان a موجب إذًا التعبير $|x+a|$ يحصل على اكبر قيمة عندما x يكون موجب وكلما كبر x كبر التعبير ،وبما أن $-4\le x\le 6$ إذاً اكبر ما يمكن عندما $x=6$ وبالتالي عندها التعبير $|x+a|$ هو $|6+a|$. التعبير 6+a موجب ولذلك قيمته المطلقة هي $6+a$.

إذا كان a سالب إذًا $|x+a|$ يحصل على أكبر قيمة عندما x يكون سالب وكلما صَغِر x صَغِر التعبير واصغر ما يمكن عندما $x=-4$.وعندها القيمة المطلقة للتعبير |-4+ a| هي: (-4+a) هو تعبير سالب ولذلك:

$$|-4+a|=-(-4+a)=4-a$$

تذكّر القيمة المطلقة لعدد سالب هو مُضاد العدد.

4. لكي نحدد أكبر قيمة ممكنة للتعبير $|x+b|$ يجب أن نميز بين b موجب و b سالب. إذا كان b موجب إذًا أكبر قيمة للتعبير تكون عندما يكون x موجب وأكبر ما يمكن. أكبر قيمة موجبة ممكنة ل x هي عندما يكون $x=5$ وبالتالي $|x+b|=5+b$.

إذا كان b سالب إذًا أكبر قيمة ممكنة للتعبير تكون عندما x يكون سالب وأصغر ما يمكن وحسب المجال ل x فإن $x=-2$ هي أصغر قيمة ممكنة ل x وبالتالي $|x+b|=|-2+b|=-(-2+b)=2-b$.

5. لنحدد أكبر قيمة ممكن للتعبير $|x+c|$ يجب أن نفحص الحالات الممكنة لـ x ولـ c. إذا كان x موجب و c موجب إذًا $x+c$ موجب ونحصل على أكبر قيمة وهي $|x+c|=|3+5|=8$.

إذا كان x سالب و c سالب إذًا $x+c$ سالب وتحقق:

إذًا $|x+c|=-(x+c)=-(-7-6)=-(+13)=13$

في المجالات المعطاة ل x و c أكبر قيمة هي 13.

حل معادلات بالقيمة المطلقة :

الصورة البسيطة لمُعادلة قيمة مطلقة $|x|=a$

بما أنه للعدد ومضاده يوجد نفس القيمة المطلقة إذًا الحل سيكون $x=a$ أو $x=-a$.

مثال عددي:

معطى $|x|=4$ $x=?$

حسب ما شرحناه سابقًا فإن $x=4$ **أو** $x=-4$ **إذ أنه** $|4|=4$ و $|-4|=4$.

مثال إضافي:

$|x-5|=7$

التوجه هو نفس التوجه أي أن التعبير داخل القيمة المطلقة مساوٍ لـ 7 أو أنه مساوٍ لـ 7-

وهذا معناه:

$x-5=7$ أو $x-5=-7$

وهكذا حصلنا على معادلات بمتغير واحد نحلّها ونجد x:

$$x=5+7 \qquad x=-7+5=-2$$
أو
$$x=12 \qquad x=-2$$

إذًا x ممكن أن يكون 12 أو 2- أي للمعادلة $|x-5|=7$ حلاّن .،وبالحالتين تتحقق المعادلة. (يمكننا أن نعوض ونفحص)

مثال إضافي:

$|x+6|=2x-3$

هذه الصورة من المعادلة بالقيمة المطلقة أكثر تعقيدًا من الصورة المبسطة ولحلّها يجب أن ننتبه أولاً إلى نقطة جدًا مهمة وهي أن القيمة المطلقة لأي عدد هي أكبر أو تساوي 0.

ولذلك الطرف الايمن من المعادلة (2x-3)يجب أن يحقق $2x-3\geq 0$ وهذا هو شرط الحل،أو مجال تعريف المعادلة.

إذًا نبسّط شرط الحل $2x-3\geq 0$ نحلّها ونحصل على $x\geq 1.5$ ،وهذا هو مجال تعريف المعادلة ، أي إذا كان أحد حلول المعادلة أصغر من 1.5 فهذا الحل نلغيه.

الآن نعود لحل المعادلة ونحلها كما حللنا بالسابق أي القيمة المطلقة للعدد ومضاده هي نفسها وهذا معناه:

$X+6=2x-3$ أو $x+6=-(2x-3)$

$X-2x=-6-3$ أو $x+6=-2x+3$

$-x=-9$ أو $x+2x=-6+3$

$x=9$ أو $3x=-3$

$x=9$ أو $x=-1$

الحل $x=-1$ خارج مجال التعريف أي نلغي هذا الحل ، إذًا لهذه المعادلة حل واحد وهو: $x=9$.

مثال إضافي:

$|x+4|=|2x+2|$

هذه معادلة فيها قيمة مطلقة في الطرفين وبما أن للعدد ومضاده يوجد نفس القيمة المطلقة لذلك الحل يحقق :-

$x+4=2x+2$ أو $x+4=-(2x+2)$

$2=2x-x$ أو $x+4=-2x-2$

$2=x$ $x+2x=-2-4$

أو $3x=-6$

$x=-2$

إذًا للمعادلة حلاّن $x=2$ أو $x=-2$.

تمارين:

حل المعادلات بالقيمة المطلقة التالية:

1. $|x+4|=2$
2. $|x-4|=7$
3. $|-x+5|=3$
4. $|-2x-6|=12$
5. $|x+3|=2x+6$
6. $|2x-2|=3x-6$
7. $|-3x+8|=2x+4$
8. $|x+5|=|2x+3|$
9. $|4x-3|=|2x+9|$
10. $|9-2x|=|3+4x|$

الحلول:

1. $|x+4|=2$

X+4=2 أو x+4=-2

X= 2-4 أو x = -2-4= -6

X= -2 أو x = -6

2. $|x-4|=7$

x- 4 = 7 أو x- 4= -7

x = 11 أو x = -3

3. $|-x+5|=3$

$-x+5=-3$ أو $-x+5=3$

$-x=-3+5$ $\quad$ $-x=-3-5$

$-x=-2$ أو $-X=-8$

$X=2$ أو $X=8$

4. $|-2x-6|=12$

$-2x-6=12$ **أو** $-2x-6=-12$

$-2x=12+6$ $\quad$ $-2x=-12+6$

$-2x=18$ $\quad$ $-2x=-6$

$X=-9$ $\quad$ $x=3$

5. $|x+3|=2x+6$

أولاً نحدد مجال تعريف المعادلة وهو:

$2x+6\geq 0$

$2x\geq -6$

$x\geq -3$

نحل المعادلة تحت شرط مجال تعريفها:

$x+3=-(2x+6)$ أو $X+3=2x+6$

$x+3=-2x-6$ $\quad$ $3-6=2x-x$

$x+2x=-6-3$ $\quad$ $-3=x$

$3x=-9$

$X=-3$

الحلان عبارة عن حل واحد وهو ضمن مجال تعريف المعادلة .

6. $|2x-2|=3x-6$

مجال تعريف المعادلة هو $3x-6\geq 0$.... أي $x\geq 2$

نحل المعادلة تحت شرط مجال التعريف:

2x-2=3x-6　　أو　　2x-2= -(3x-6)

2x-3x=2-6　　　　2x-2= -3x+6

-X= -4　　　　2x+3x=6+2

X= 4　　　　5x=8

$$x=\frac{8}{5}=1\frac{3}{5}$$

الحل $x=1\frac{3}{5}$ خارج مجال التعريف لذلك نلغيه وللمعادلة حل واحد فقط X= 4 .

---

7. $|-3x+8|=2x+4$

مجال تعريف المعادلة: $2x+4\geq 0$

$2x\geq -4$

$x\geq -2$

نحل المعادلة تحت شرط مجال التعريف:

-3x+8= 2x+4　　أو　　-3x+8= -(2x+4)

-3x-2x=4-8　　　　-3x+8=-2x- 4

-5x=-4　　　　-3x+2x= - 4-8

$x=\frac{-4}{-5}=-\frac{4}{5}$　　　　- x= - 13⟶ 13= x

الحلان ضمن مجال تعريف المعادلة .

---

8. $|x+5|=|2x+3|$

X+5 = 2x+3　　أو　　x+5= - (2x+3)

x-2x = 3-5　　　　x+5= - 2x - 3

-x = -2　　　　x+2x= - 3 - 5

2= X　　　　3x=-8

$$x=\frac{-8}{3}$$

---

9. $|4x-3|=|2x+9|$

$4x-3=2x+9$	أو	$4x-3=-(2x+9)$
$4x-2x=9+3$		$4x-3=-2x-9$
$2x=12$		$4x+2x=-9+3$
$X=6$		$6x=-6 \rightarrow X=-1$

---

10. $|9-2x|=|3+4x|$

$9-2x=3+4x$	أو	$9-2x=-(3+4x)$
$9-3=4x+2x$	أو	$9-2x=-3-4x$
$6=6x$		$9+3=-4x+2x$
$1=X$		$12=-2x \rightarrow X=-6$

حل متباينة مع قيمة مطلقة:

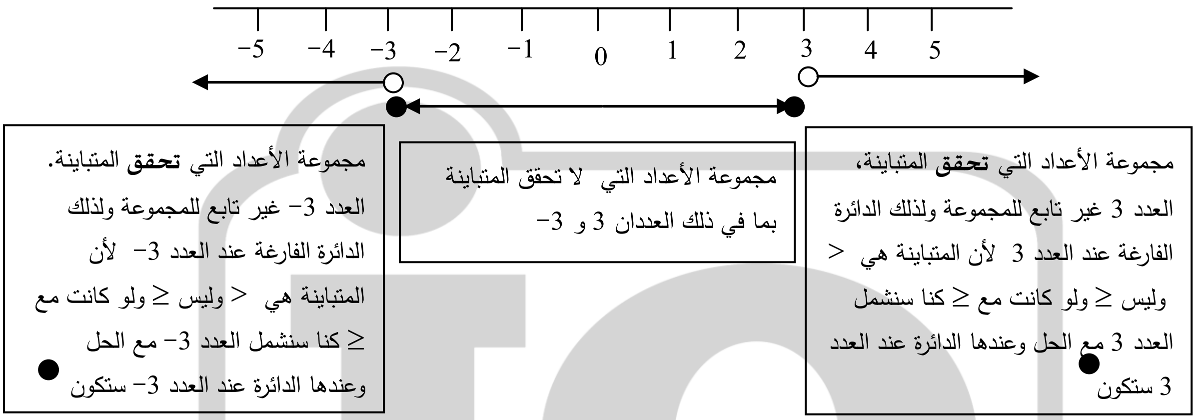
لننظر إلى المتباينة $|x|>3$

ومعناها كل الاعداد التي **بُعدها عن الصفر أكبر من 3.**

مجموعة الاعداد التي تحقق هذا الشرط ممكن أن تكون سالبة فمثلاً العدد 4- يبعد 4 وحدات عن الصفر وبالتالي قيمته المطلقة أكبر من 3. وكذلك العدد 5- وغيره.

إذًا لحل هذه المتباينة هنالك مجموعتين من الاعداد: الاولى $x>3$ والثانية $x<-3$.

ويمكن توضيح ذلك من خلال محور الأعداد:



بشكل عام:

حل المتباينة: $|x|>a$ هو:

$x>a$ أو $x<-a$.

أمثلة محلولة:

مثال 1:

$|x-3|>4$

الحل:

$x-3>4$ أو $x-3<-4$

$x>4+3$ $\quad$ $x<-4+3$

$x>7$ $\quad$ $x<-1$

وعلى محور الأعداد يُمكن التعبير عن العدد كالتالي:

<u>مثال إضافي:</u>

$|2x-1|\geq 5$

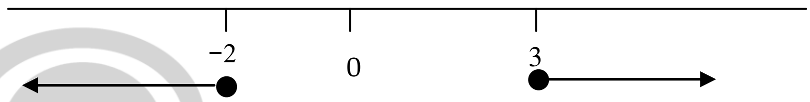
<u>الحل:</u>

$2x-1\geq 5$ أو $2x-1\leq -5$

$2x\geq 5+1$ $2x\leq -5+1$

$2x\geq 6$ $2x\leq -4$

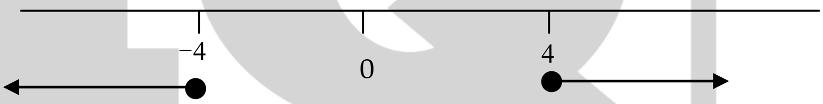
$x\geq 3$ $x\leq -2$



<u>مثال إضافي:</u>

لننظر إلى المتباينة $|x|<4$

حل المتباينة هذه هو كل الأعداد التي أصغر من 4 **وأيضاً** أكبر من -4



<u>مثال إضافي:</u>

$|3x-1|\leq 5$

حل المتباينة هذه هو كل الأعداد التي تحقق :

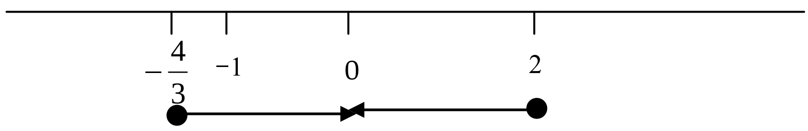
$3x-1\leq 5$ وأيضاً $3x-1\geq -5$

$3x\leq 5+1$ وأيضاً $3x\geq -5+1$

$3x\leq 6$ وأيضاً $3x\geq -4$

$x\leq 2$ وأيضاً $x\geq -\frac{4}{3}$

ودمج المجالين هو: $\frac{-4}{3}\leq x\leq 2$



تمارين في متباينات القيمة المطلقة :

1. $|x| \ge 7$

2. $|-2x| \le 8$

3. $|3-2x| \ge 6$

4. $|2(5-x)| \ge 12$

5. $|-4-2x| \le 10$

الحلول:

1. $|x| \ge 7$

$x \le -7$ أو $x \ge 7$

---

2. $|-2x| \le 8$

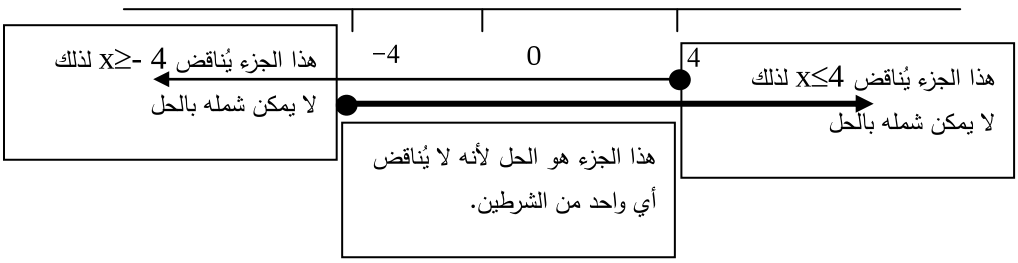
$-2x \ge -8$ و $-2x \le 8$

$x \le \frac{-8}{-2}$ و $x \ge \frac{8}{-2}$

$x \le 4$ و $x \ge -4$

المجال الذي يعبر عن الحل الذي يدمج بين المجالين هو : $-4 \le x \le 4$.

وعلى محور الأعداد يُمكن التعبير عن العدد كالتالي :



3. $|3-2x| \geq 6$

$3-2x \geq 6$　　أو　　$3-2x \leq -6$

$-2x \leq -6-3$　　　$-2x \geq 6-3$

$-2x \leq -9$　　　$-2x \geq 3$

$x \geq 4.5$　　　$x \leq \frac{3}{2}$

$x \leq 1.5$

---

4. $|2(5-x)| \geq 12$

$|10-2x| \geq 12$

$10-2x \geq 12$　　أو　　$10-2x \leq -12$

$-2x \leq -12-10$　　　$-2x \geq 12-10$

$-2x \leq -22$　　　$-2x \geq 2$

$x \geq 11$　　　$x \leq -1$

---

5. $|-4-2x| \leq 10$

$-4-2x \leq 10$　　و　　$-4-2x \geq -10$

$-2x \leq -10+4$　　　$-2x \leq 10+4$

$-2x \geq -6$　　　$-2x \leq 14$

$x \leq 3$　　　$x \geq -7$

المجال الذي يُعبر عن الحل الذي يدمج بين المجالين هو: $-7 \leq x \leq 3$

وعلى محور الأعداد يُمكن التعبير عن العدد كالتالي :