حل نموذج بجروت

(802)-381

موعد صيف (أ) 2023

طاقم الرياضيات

معهد IQ

www.IQsmart.co.il

مُلاحظة:

في هذا الموعد كان 3 صِيّغ (גרסאות) مُختلفة للامتحان والحل المعروض هو لإحدى هذه الصيّغ- الصيغة مُرفقة في الموقع.

מתמטיקה, קיץ תשפ"ג, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، صيف 2023، رقم 035381 + ملحق

الأسئلة

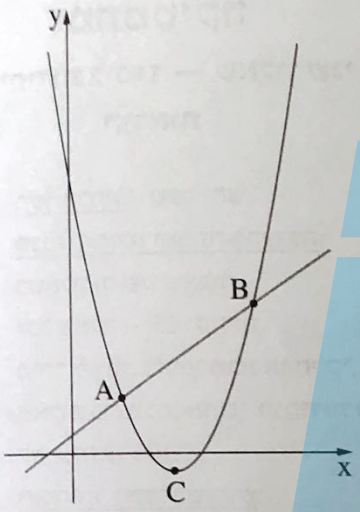
في هذا النموذج ستّة أسئلة. لإجابة كاملة عن سؤال تحصلون على 25 درجة. تُسمح الإجابة بشكل كامل أو جزئيّ، عن عدد أسئلة كما تشاؤون، لكن مجموع الدرجات التي تستطيعون تجميعها في هذا النموذج لن يزيد عن 100.
اكتبوا جميع الحسابات والإجابات في نموذج الامتحان.

الجبر

1. الرسم الذي أمامكم يصف الرسمين البيانيّين للدالّتين:

$f(x) = x^2 - 8x + 15$ ،

$g(x) = x + 1$.



أحد الرسمين البيانيّين هو قطع مكافئ، والرسم البيانيّ الآخر هو مستقيم.

أ. أيّة دالّة من الدالّتين، f(x) أم g(x)، تصف القطع المكافئ؟

ب. جدوا إحداثيّات رأس القطع المكافئ، النقطة C .

جـ. اكتبوا مجال تصاعد القطع المكافئ.

النقطتان A وَ B هما نقطتا تقاطع القطع المكافئ مع المستقيم، كما هو موصوف في الرسم.

د. جدوا إحداثيّات النقطتين A وَ B .

أ- القطع المكافئ هو الدالة $f(x)$ والخط المستقيم هو الدالة $g(x)$.

ب. رأس القطع المكافئ (النقطة C)
$f(x)=x^2-8x+15$
الإحداثي x لرأس الدالة هو $x_c=\frac{-b}{2a}$ ، $a=1$, $b=-8$
$x_c=\frac{-(-8)}{2\cdot 1}=\frac{8}{2}=4 \Rightarrow f(4)=4^2-8\cdot 4+15$
$16-32+15=-1$
$\boxed{C:(4,-1)}$

ج- مجال التصاعد $x>4$

د. تقاطع الرسمين يحقق $f(x)=g(x)$
$\Rightarrow x^2-8x+15=x+1 \Rightarrow x^2-8x-x+15-1$
$x^2-9x+14=0 \Rightarrow$

www.IQsmart.co.il

وصلنا على معادلة تربيعية نقدر نحلها عن طريق الدستور

$$x^2-9x+14=0 \quad \Rightarrow a=1 \quad b=-9 \quad c=14$$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2}=\frac{-(-9)\pm\sqrt{(-9)^2-4\cdot1\cdot14}}{2\cdot1}=\frac{9\pm\sqrt{81-56}}{2}$$

$$x_{1,2}=\frac{9\pm\sqrt{25}}{2}=\frac{9\pm5}{2}$$

$$x_1=\frac{9+5}{2} \qquad x_2=\frac{9-5}{2}$$

$$x_1=\frac{14}{2}=7\Rightarrow B(7,\ ) \qquad x_2=\frac{4}{2}=2\Rightarrow A(2,\ )$$

نجد y ← نعوض في $g(x)$:

$$g(x)=x+1$$

$$g(2)=2+1=3 \Rightarrow A(2,3)$$

$$g(7)=7+1=8 \Rightarrow B(7,8)$$

www.iQsmart.co.il

מתמטיקה, קיץ תשפ"ג, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، صيف 2023، رقم 035381 + ملحق

2. يريد نعيم أن يشتري هاتفًا ذكيًّا ثمنه 2,000 شيكل.
يوسف أيضًا يريد أن يشتري هاتفًا ذكيًّا بنفس الثمن.
يجب على كلّ واحد منهما أن يوفّر 2,000 شيكل كي يتمكّن من شراء الهاتف.
بدأ يوسف ونعيم بتوفير المال في نفس اليوم.
وفّر نعيم في اليوم الأوّل 180 شيكلًا، وبعد ذلك وفّر في كلّ يوم 20 شيكلًا أكثر من اليوم الذي قبله.
وفّر يوسف في اليوم الأوّل 272 شيكلًا، وبعد ذلك وفّر في كلّ يوم 16 شيكلًا أقلّ من اليوم الذي قبله.

أ. كم شيكلًا وفّر نعيم في اليوم الثالث؟
ب. في أيّ يوم وفّر يوسف 192 شيكلًا؟
ج. بعد مرور كم يوم منذ بداية التوفير، وفّر نعيم كلّ المبلغ المطلوب لشراء الهاتف؟
د. كم شيكلًا كان ناقصًا ليوسف لشراء الهاتف، عندما أنهى نعيم توفير كلّ المبلغ المطلوب لشراء الهاتف؟

أ. نعيم وفر كالتالي:
I 180, II 180+20=200, III 200+20=220
⟹ 220 شيكل وفر في اليوم الثالث.

ب. يوسف وفر كالتالي:
I 272 / II 272-16=256 / III 256-16=240 / IV 240-16=224 / الخامس 224-16=208

في اليوم السادس وفر يوسف 192 شيكل
السادس 208-16=192

ج. نكتب المتوالية التي تعبر عن المبلغ الذي وفره نعيم ونجد متى يصبح مجموع المبلغ 2000

1	2	3	4	5	6	7	8
180	200	220	240	260	280	300	320
	+20	+20	+20	+20	+20	+20	

180+200+220+240+260+280+300+320=2000

في اليوم 8 وفر نعيم كل المبلغ

/يتبع في صفحة 7/

מתמטיקה, קיץ תשפ"ג, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، صيف 2023، رقم 035381 + ملحق

٥. نجمع F وفريوسف في اليوم الثامن:-

1 2 3 4 5 6 7 8
272, 256, 240, 224, 208, 192, 176, 160

ونجمع ما وفّروه في 8 أيام معًا

272+256+240+224+208+192+176+160

=1728

ولذلك = نطرح:-

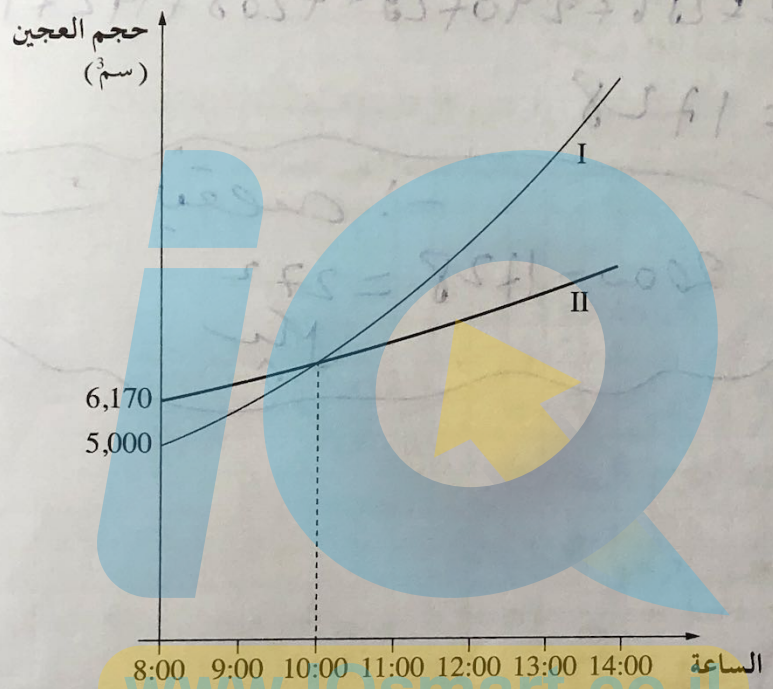
2000-1728=272

سكل

www.IQsmart.co.il

מתמטיקה, קיץ תשפ"ג, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، صيف 2023، رقم 035381 + ملحق

3. في مخبز "الأخوة" يخبزون خبزًا وكعكًا. لهذا الغرض، يحضّرون نوعين من العجين:
عجين للخبز، وعجين للكعك.
حجم نوعَي العجين يزداد بصورة أُسّيّة.
عمليّة تخمّر نوعَي العجين بدأت في الساعة 8:00 .
في هذه الساعة كان حجم عجين الكعك أكبر من حجم عجين الخبز.
في الساعة 10:00 كان حجم نوعَي العجين متساويًا.
الرسمان البيانيّان I–II في الرسم الذي أمامكم يصفان حجم كلّ واحد من نوعَي العجين، حسب الساعة.



www.iQsmart.co.il

أ. أيّ من الرسمين البيانيّين، الرسم البيانيّ I أم الرسم البيانيّ II ، يصف حجم عجين الخبز؟
ب. حسب الرسم البيانيّ، كم كان حجم عجين الخبز في الساعة 8:00 ؟

معطى أنّ حجم عجين الخبز يزداد بـ 20% في كلّ ساعة.

ج. جدوا كم كان حجم عجين الخبز في الساعة 10:00 .
د. جدوا النسبة المئويّة التي يزداد بها حجم عجين الكعك في كلّ ساعة.
هـ. جدوا كم كان حجم عجين الكعك في الساعة 13:00.

أ. بما أنّه في الساعة 8:00 كان حجم عجين الكعك أكبر من حجم عجين الخبز لذلك الرسم I هو لعجين الكعك والرسم II لعجين الخبز

/يتبع في صفحة 9/

ب. حجم عجينة الكعك $6170\ cm^3$
حجم عجينة الخبز $5000\ cm^3$

ج. حجم عجينة الخبز يزداد كل ساعة ב20%
لذلك يصبح 120% من الحجم في الساعة السابقة
أو 1.2 من الحجم في الساعة السابقة أي $q=1.2$
للخبز $N(x)=5000(1.2)^x$
بعد ساعتين $N(2)=5000(1.2)^2=\boxed{7200}$

ד. حجم عجينة الخبز بعد ساعة 10

ה. حجم عجينة الكعك الساعة 8 هو 6170
حجم عجينة الكعك = حجم الخبز الساعة 10 أي 7200
لعجينة الكعك $N(2)=N_0\cdot(q_N)^2$
يتحقق

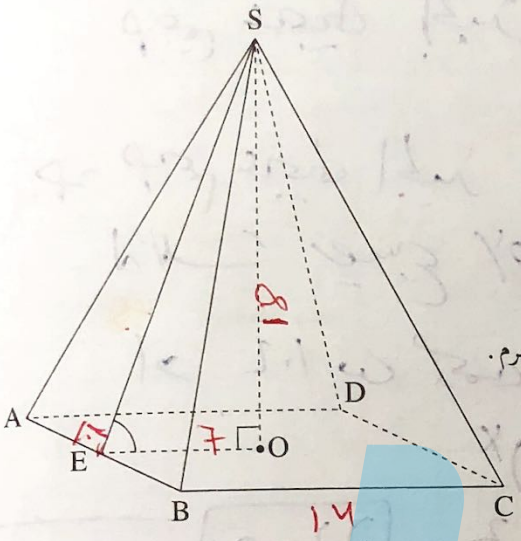
$$7200=6170\cdot q_N^2 \Rightarrow \frac{7200}{6170}=q_N^2$$
$$\Rightarrow 1.1669=q^2 \Rightarrow \boxed{1.08=q}$$

أي ازدياد كل ساعة
$1.08-1.00=0.08$
أو
$0.08\cdot 100\%=\boxed{8\%}$

و. بعد ساعة 13: حجم الكعك
$N(5)=6170(1.08)^5=\boxed{9076.2}$

حساب المثلّثات

4. الرسم الذي أمامكم يصف الهرم القائم SABCD
الذي قاعدته ABCD هي مستطيل.
SO هو ارتفاع الهرم.
SE هو الارتفاع على الضلع AB في الوجه SAB.



معطى أنّ: $BC = 14$ ، $SO = 18$.

أ. (1) جدوا طول القطعة EO.

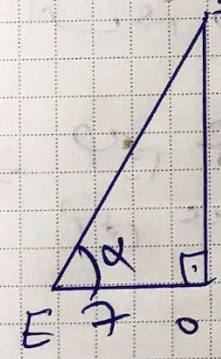
(2) احسبوا طول القطعة SE.

ب. احسبوا مقدار الزاوية التي بين الارتفاع SE وبين قاعدة الهرم.

معطى أنّ: $SB = 20$.

ج. احسبوا طول الضلع AB.

د. احسبوا حجم الهرم.



أ. (1) في المثلث القائم SOE: $EO = \frac{14}{2} = 7$

(2) حسب فيثاغورس:

$SE^2 = EO^2 + SO^2$

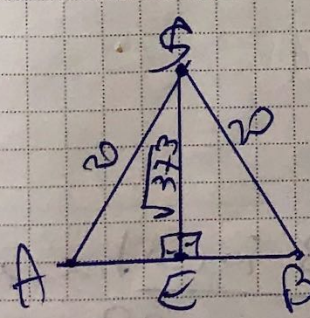
$SE^2 = 7^2 + 18^2 = 49 + 324$

$SE^2 = 373 \Rightarrow SE = \sqrt{373}$

$SE \approx 19.31$

ب. الزاوية بين الارتفاع SE وقاعدة الهرم هي α

$\tan\alpha = \frac{18}{7} \Rightarrow \alpha = 68.75$ وبتقريب

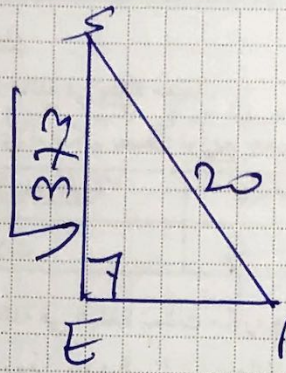


ج. معطى $SB = 20$ و $SA = 18$

والمثلث SAB متساوي الساقين

الارتفاع SE ينصف القاعدة AB

لذلك: $EB = AE = \frac{1}{2}AB$



في المثلث القائم SEB

نتحقق:

$SB^2 = (SE)^2 + (EB)^2$

$(20)^2 = (\sqrt{373})^2 + (EB)^2$

$\Rightarrow 400 = 373 + EB^2 \Rightarrow 400 - 373 = EB^2$

$\Rightarrow 27 = EB^2 \Rightarrow \sqrt{27} = EB \Rightarrow \boxed{EB = 5.19}$

$AB = 2EB = 2(5.19) = \boxed{10.38}$

$\boxed{AB = 10.38}$

ב. נוסחת הנפח היא:

$V = \frac{1}{3}$ (שטח הבסיס) (הגובה)

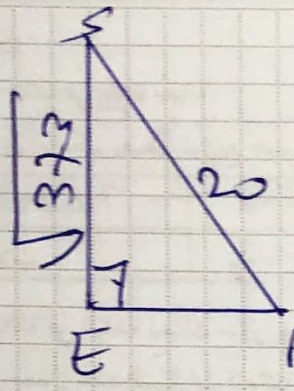
145.32

$10.38 \cdot 14 =$ שטח המלבן

הגובה שווה ל

$50 = 18$ גובה

$V = \frac{1}{3} \cdot (145.32) \cdot 18 = \boxed{871.92}$



في المثلث القائم SEB

نتحقق:

$SB^2 = (SE)^2 + (EB)^2$

$(20)^2 = (\sqrt{373})^2 + (EB)^2$

$\Rightarrow 400 = 373 + EB^2 \Rightarrow 400 - 373 = EB^2$

$\Rightarrow 27 = EB^2 \Rightarrow \sqrt{27} = EB \Rightarrow \boxed{EB = 5.19}$

$AB = 2EB = 2(5.19) = \boxed{10.38}$

$\boxed{AB = 10.38}$

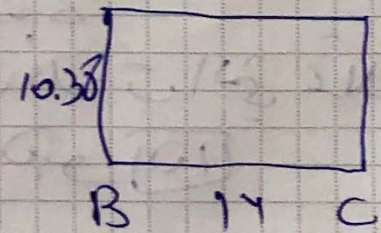
د. نحسب الحجم كما يلي:

$V = \frac{1}{3}$ (مساحة القاعدة) (الارتفاع)

1. القاعدة مستطيل

مساحة المستطيل $= 10.38 \cdot 14 = 145.32$

الارتفاع $SD = 18$



$V = \frac{1}{3} \cdot (145.32) \cdot 18 = \boxed{871.92}$

www.IQsmart.co.il

מתמטיקה, קיץ תשפ"ג, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، صيف 2023، رقم 035381 + ملحق

الاحتمال والإحصاء

5. تسكن 40 عائلة في بلدة معيّنة.

الجدول الذي أمامكم يصف توزيع جميع العائلات في البلدة، حسب عدد السيّارات التي تملكها كلّ عائلة.

عدد سيّارات العائلة	0	1	2	3	4
عدد العائلات	5	x	14	5	6

أ. كم عائلة في البلدة تملك سيّارة واحدة؟

ب. ما هو معدّل عدد السيّارات للعائلة في البلدة؟

يختارون بشكل عشوائيّ عائلة واحدة من البلدة.

جـ. (1) ما هو الاحتمال بأن لا تكون سيّارة للعائلة التي اختيرت؟

(2) ما هو الاحتمال بأن يكون عدد السيّارات للعائلة التي اختيرت أكبر من معدّل عدد السيّارات للعائلة؟

انضمّت إلى البلدة عائلتان: إحدى العائلتين تملك 3 سيّارات، والعائلة الأخرى تملك 4 سيّارات.

د. بعد انضمام العائلتين إلى البلدة، هل كَبُرَ معدّل عدد السيّارات للعائلة أم صَغُرَ أم أنّه بقي بدون تغيير؟ علِّلوا.

المجموع	4	3	2	1	0	عدد سيارات العائلة
40 ←	6	5	14	X (10)	5	عدد العائلات
←	24	15	28	10	0	المجموع

أ. بما أن عدد العائلات 40 فإننا نحقق:

$6+5+14+x+5=40$

$30+x=40 \Rightarrow x=40-30$

$x=10$ إذن فإن عدد العائلات التي تملك سيارة واحدة هو 10

ب. مجموع السيارة في البلدة هو:

$0+10+28+15+24=77$

معدل عدد السيارات للعائلة $= \frac{77}{40} = 1.925$

/يتبع في صفحة 13/

4. عدد العائلات التي لا تملك سيارة 5 من أصل 40
لذلك الاحتمال لاختيار عائلة لا تملك سيارة
هو $\frac{5}{40} = \frac{1}{8} = 0.125$

2. عدد العائلات التي عندها عدد سيارات
أكبر من العدد (سيارتين) 3 سيارات أو 4 سيارات
هو $14 + 5 + 6 = 25$
والاحتمال لاختيار عائلة كهذه هو
$p = \frac{25}{40} = \frac{5}{8} = 0.625$

5. بما أن عدد السيارات التي عند العائلتين
اللتين أخذتما للبحث أكبر من العدد
لذلك سيكبر حتمًا عدد السيارات للعائلة

www.IQsmart.co.il

/يتبع في صفحة 14/

מתמטיקה, קיץ תשפ"ג, מס' 035381 + נספח
הרשויות, סיפוק 2023, רקם 035381 + מלחן

6. علامات الطلّاب في امتحان قطريّ تتوزّع طبيعيًّا.
معدّل العلامات في الامتحان هو 72، والانحراف المعياريّ هو 8.

أ. ما هي النسبة المئويّة للطلّاب الذين علامتهم في الامتحان هي أقلّ من 64 ؟

ب. ما هي النسبة المئويّة للطلّاب الذين علامتهم في الامتحان هي أعلى من معدّل العلامات وأقلّ من 80 ؟

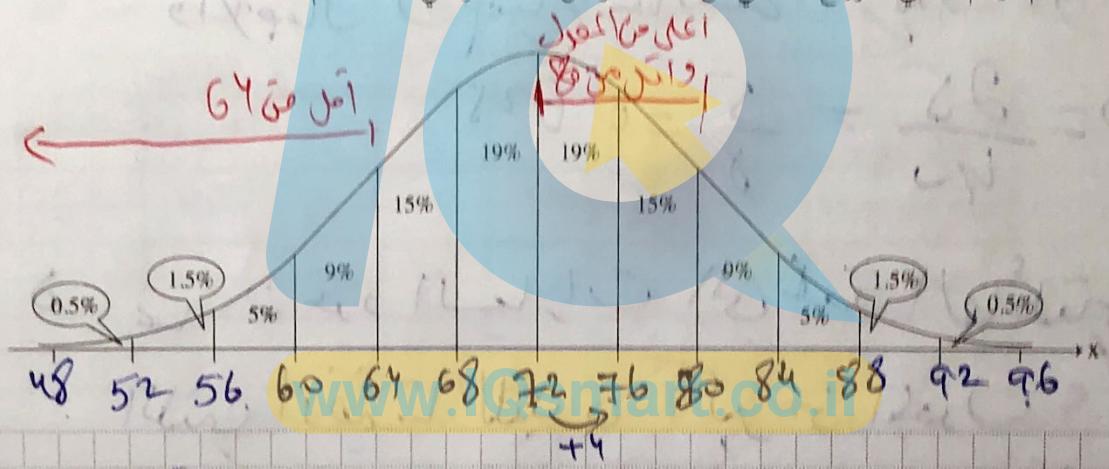
تقدّم إلى الامتحان 25,000 طالب.

ج. حسب الرسم البيانيّ للتوزيع الطبيعيّ، ما هو عدد الطلّاب الذين علامتهم في الامتحان هي أعلى من معدّل العلامات وأقلّ من 80 ؟

الطلّاب الذين حصلوا على العلامات الأعلى في الامتحان استحقّوا شهادة تقدير.
2% من الطلّاب استحقّوا شهادة تقدير.

د. ما هي العلامة الأقلّ في الامتحان التي تمنح استحقاقًا لشهادة تقدير؟

أمامكم الرسم البيانيّ للتوزيع الطبيعيّ من لائحة القوانين. استعملوه في حساباتكم.



www.iGsmart.co.il

المعدل 72 · الانحراف المعياري 8 · لكل كل عمود اكبر ب 4 = 8/2
من اليسار ← مرتب العطيات على الرسم.

أ. الأقل من 64 بكلمات أخرى
16% = 0.5% + 1.5% + 5% + 9%

ب. نسبة الذين علاماتهم أعلى من المعدل وأقل من 80
19% + 15% = 34%

/يتبع في صفحة 15/

6. علامات الطلّاب في امتحان قطريّ تتوزّع طبيعيًّا.

معدّل العلامات في الامتحان هو 72، والانحراف المعياريّ هو 8.

أ. ما هي النسبة المئويّة للطلّاب الذين علامتهم في الامتحان هي أقلّ من 64 ؟

ب. ما هي النسبة المئويّة للطلّاب الذين علامتهم في الامتحان هي أعلى من معدّل العلامات وأقلّ من 80 ؟

تقدّم إلى الامتحان 25,000 طالب.

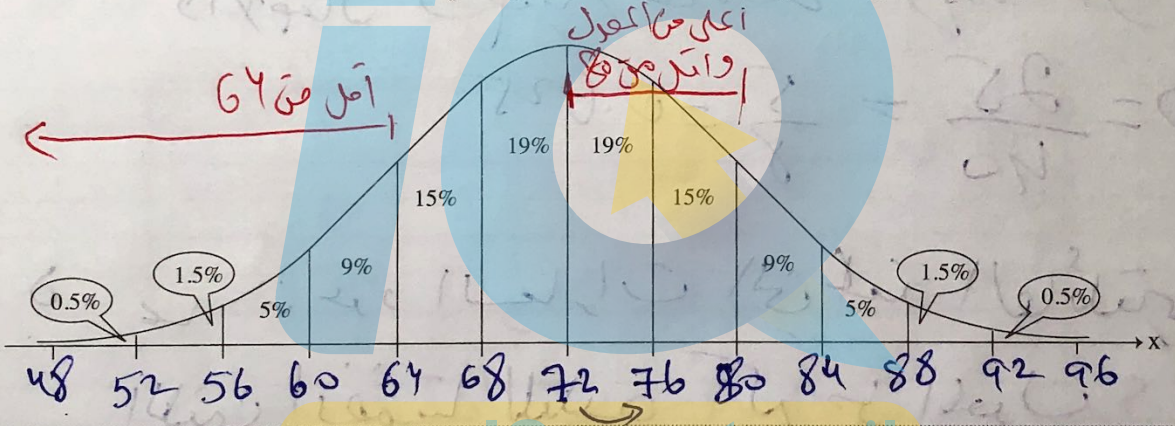
جـ. حسب الرسم البيانيّ للتوزيع الطبيعيّ، ما هو عدد الطلّاب الذين علامتهم في الامتحان هي أعلى من معدّل العلامات وأقلّ من 80 ؟

الطلّاب الذين حصلوا على العلامات الأعلى في الامتحان استحقّوا شهادة تقدير.

2% من الطلّاب استحقّوا شهادة تقدير.

د. ما هي العلامة الأقلّ في الامتحان التي تمنح استحقاقًا لشهادة تقدير؟

أمامكم الرسم البيانيّ للتوزيع الطبيعيّ من لائحة القوانين. استعملوه في حساباتكم.



www.iQsmart.co.il

المعدل 72 الانحراف المعياري 8 لذلك كل عمود اكبر ب $\frac{8}{2}=4$ من السابق ← مرتب المعطيات على الرسم.

ا. الأقل من 64 يشكلون $0.5\%+1.5\%+5\%+9\%=16\%$

ب. نسبة الذين علاماتهم أعلى من المعدل وأقل من 80 هي
$19\%+15\%=34\%$.

/ يتبع في صفحة 15 /

מתמטיקה, קיץ תשפ"ג, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، صيف 2023، رقم 035381 + ملحق

ב. تقدم للامتحان 25000 طالب.
نسبة الطلاب الذين علاماتهم أعلى من المعدل هي 34% من 80 وعددهم:

$34\% \cdot 25000 = \frac{34}{100} \cdot 25000 = 8500$ طالب.

ג. 2% يستحقوا شهادات تقدير.
الطلاب الذين علاماتهم هي أعلى 2% هم الطلاب الذين علاماتهم (88 وما فوق)

www.IQsmart.co.il

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.

/تتبع صفحات دفتر إضافيّة/