حل نموذج بجروت

(803)-382

موعد (أ) صيف 2022

معهد IQ

ملاحظة

في مولد (أ) صيف 2012 كان في امتحان الرياضيات تمويل ب 382 ، 3 صيغات مختلفة (3 ; دقائق).
الحل المعروض هنا هو لاحدى الصيغات التي كانت في هذا المولد. التمويل اللائم معروض بالموقع

السؤال 1:

أ. لحساب المعطيات:-

* اشترى يوسف ساعات وسراويل بمبلغ الكلي 85

* عدد السراويل أكبر بـ 27 من عدد الساعات

نفرض عدد الساعات التي اشتراها x

اذا عدد السراويل التي اشتراها $x+27$

ونتحقق:

$$x+(x+27)=85$$

$$2x+27=85 \Rightarrow 2x=85-27$$

$$2x=58 \Rightarrow x=\frac{58}{2} \Rightarrow \boxed{x=29}$$

إذا عدد الساعات التي اشتراها هو $\boxed{29}$

وعدد السراويل التي اشتراها هو $x+27 \Leftarrow 29+27=\boxed{56}$

ب. x تعبر عن سعر الساعة قبل التخفيض.

التخفيض على الساعة كان بنسبة 15% وبذلك

السعر بعد التخفيض هو $x.(100\%-15\%) \Leftarrow \boxed{85\%.x} \Leftarrow \boxed{0.85x}$

نفرض سعر الساعة قبل التخفيض x و (ضعف سعر السراويل)

التخفيض على سعر الساعة كان نسبة 20% لذلك

سعر الساعة بعد التخفيض هو $(x)80\% \Leftarrow \boxed{0.8x}$

www.iqsmart.co.il

ف (1)

إذاً:

ـ ثمن الواحد بعد التخفيض $0.85x$

ـ ثمن الساعة بعد التخفيض $1.6x$

وبتحقق:

ثمن الأواني الكلي $56 \cdot 0.85x = \boxed{47.6x}$

ثمن الساعات الكلي $29 \cdot 1.6x = \boxed{46.4x}$

وبتحقق:

$$47.6x + 46.4x = 6486$$

$$94x = 6486 \Rightarrow x = \frac{6486}{94}$$

$$\boxed{x = 69}$$

إذاً ثمن الواحد قبل التخفيض هو 69 شيكل

وثمن الساعة قبل التخفيض هو:

$$2x = 2 \cdot 69 = \boxed{138 \text{ شيكل}}$$

www.iQsmart.co.il

ف (2)

نجد التكلفة الكلية للساعات قبل التخفيض:

$$\underset{\text{تكلفة الأواني}}{\boxed{69 \cdot 56}} + \underset{\text{تكلفة الساعات}}{\boxed{138 \cdot 29}} = 7866$$

(3864 + 4002 = 7866)

بعد دفع ثمن التخفيض دفع 6486 شيكل

وهذا المبلغ يشكل:

$$\frac{6486}{7866} = 0.824$$

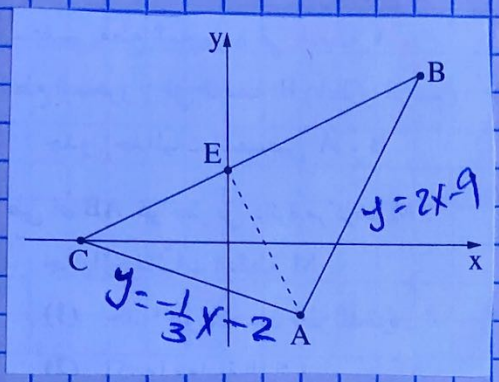
والنسبة المئوية تشكل:

$$0.824 \cdot 100\% = 82.4\%$$

ولذلك التخفيض يشكل:

$$100\% - 82.4\% = \boxed{17.6\%}$$

سؤال 2



أ- النقطة C هي نقطة تقاطع AC مع محور x
نعوض في معادلة AC: $y=0$

$AC: y=-\frac{1}{3}x-2$

$0=-\frac{1}{3}x-2 \Rightarrow \frac{1}{3}x=-2$

$x=\frac{-2}{\frac{1}{3}} \Rightarrow \boxed{x=-6}$

$\boxed{C:(-6,0)}$

ب- النقطة A هي نقطة تقاطع AB مع AC

$AB: y=2x-9$
$AC: y=-\frac{1}{3}x-2$ $\Rightarrow 2x-9=-\frac{1}{3}x-2$

$2x+\frac{1}{3}x=-2+9$

$\Rightarrow 2\frac{1}{3}x=7 \Rightarrow x=\frac{7}{2\frac{1}{3}} \Rightarrow \boxed{x=3}$

لإيجاد y

$y=2x-9 \Rightarrow y=2\cdot 3-9$
$x=3$

$\boxed{y=-3}$

$\boxed{A(3,-3)}$

ج- لإيجاد النقطة B التي إحداثيها x يساوي 8 على محور x.

$\boxed{x=8}$ AB نعوض في معادلة y_B لإيجاد

$AB: y=2x-9 \xrightarrow[x=8]{} y=2\cdot 8-9=16-9=7$

$\boxed{B:(8,7)}$ $\boxed{y_B=7}$ إذن

www.iqsmart.co.il

C:(-6,0) B(8,7) ﻫ ﻣﻌﺎﺩﻟﺔ ﺍﻟﻤﺴﺘﻘﻴﻢ BC ﻓﻲ ﺍﻟﺴﺆﺍﻝ (2)

$BC: y = mx + n$

ﺣﻴﺚ $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{7-0}{8-(-6)} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$

$\boxed{m = \frac{1}{2}}$

ﺍﻟﺒﺎﺭﺍﻣﺘﺮ n

$BC: y = \frac{1}{2}x + n$

ﻧﻌﻮﺽ ﺍﻟﻨﻘﻄﺔ C:(-6,0) ﻓﻲ ﺍﻟﻤﻌﺎﺩﻟﺔ

$\Rightarrow 0 = \frac{1}{2}(-6) + n \Rightarrow 0 = -3 + n \Rightarrow \boxed{3 = n}$

$\boxed{BC: y = \frac{1}{2}x + 3}$

ﻧﻌﻮﺽ $\boxed{x = 0}$ ﻓﻲ ﻣﻌﺎﺩﻟﺔ BC ﻟﻨﺠﺪ y

$y = \frac{1}{2} \cdot 0 + 3 \Rightarrow \boxed{y = 3} \Rightarrow \boxed{E(0,3)}$

ﺍﻟﺒﺮﻫﺎﻥ 2: ﻣﻴﻞ AE

A(3,-3) E(0,3)

$m_{AE} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3-(-3)}{0-3} = \frac{3+3}{-3} = \frac{6}{-3} = \boxed{-2}$

$(m_{AE})(m_{BC}) \Rightarrow (-2)(\frac{1}{2}) = -1$

ﺑﻤﺎ ﺃﻥ ﺣﺎﺻﻞ ﺿﺮﺏ ﺍﻟﻤﻴﻠﻴﻦ ﻳﺴﺎﻭﻱ -1 ﻓﺈﻥ ﺍﻟﻤﺴﺘﻘﻴﻤﻴﻦ
ﻣﺘﻌﺎﻣﺪﺍﻥ BC ، AE

C(-6,0)
A(3,-3) E:(0,3) $\frac{CE \cdot AE}{2} =$ ACE ﻣﺴﺎﺣﺔ ﺍﻟﻤﺜﻠﺚ =؟

$AE = \sqrt{(3-0)^2 + (-3-3)^2} = \sqrt{9+36} = \sqrt{45}$

$\Rightarrow S = \frac{45}{\sqrt{45} \cdot \sqrt{45}} = \frac{45}{2} = \boxed{22.5}$

$CE: \sqrt{(-6-0)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{(-6)^2 + (-3)^2} = \sqrt{45}$
$36 \quad 9$

$\boxed{\text{ﻣﺴﺎﺣﺔ ﺍﻟﻤﺜﻠﺚ ACE} = 22.5 \text{ ﻭﺣﺪﺓ ﻣﺮﺑﻌﺔ}}$

سؤال 3

P- معادلة المستقيم (AB):

$y = -3x + 18$

التقاطع مع (ox): $y = 0$

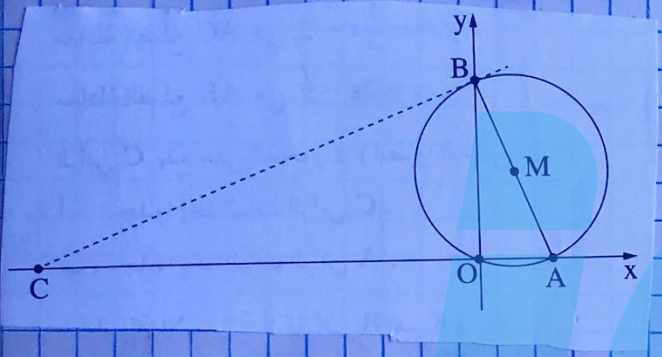
$0 = -3x + 18 \rightarrow 3x = 18 \rightarrow x = \frac{18}{3} = 6$

$\boxed{A(6,0)}$

التقاطع مع (oy): $x = 0$

$y = -3 \cdot 0 + 18 \rightarrow y = 18$

$\boxed{B:(0,18)}$



ب- AB هو قطر الدائرة (C) مركزها M هو منتصف [AB]

$x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$ $\quad$ $y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$

$x_M = \frac{6+0}{2} = 3$ $\quad$ $y_M = \frac{0+18}{2}$

$\boxed{x_M = 3}$ $\quad$ $\boxed{y_M = 9}$

$\boxed{M:(3,9)}$

1-P- نبين أن المثلث (BAM) قائم في M

$M:(3,9)$ $\quad$ $B:(0,18)$

$R = BM = \sqrt{(3-0)^2 + (9-18)^2} = \sqrt{(3)^2 + (-9)^2} = \sqrt{9+81} = \sqrt{90}$

$\boxed{R = \sqrt{90} \approx 9.49}$

www.AlQsmath.com

ب.2) معادلة الدائرة

$$(x-x_m)^2+(y-y_m)^2=r^2$$
$$(x-3)^2+(y-9)^2=(\sqrt{90})^2$$
$$\boxed{(x-3)^2+(y-9)^2=90}$$ معادلة الدائرة

ا.1 BC مماس للدائرة

المماس عمودي على القطر (أو نصف القطر) في نقطة المماس

لذلك:

$$(\text{ميل المماس})(\text{ميل القطر})=-1$$

$$\text{ميل القطر}=AB=-3$$

$$\text{ميل المماس}=\frac{-1}{\text{ميل القطر}}=\frac{-1}{-3}=\frac{1}{3}$$

$$\boxed{\text{ميل } BC=\frac{1}{3}}$$

ا.2 المماس يمر بـ $B:(0,18)$ وميله $\frac{1}{3}$

$$y=\frac{1}{3}x+n$$

نعوض $B:(0,18)$ $\Rightarrow$

$$18=\frac{1}{3}\cdot 0+n \Rightarrow \boxed{18=n}$$

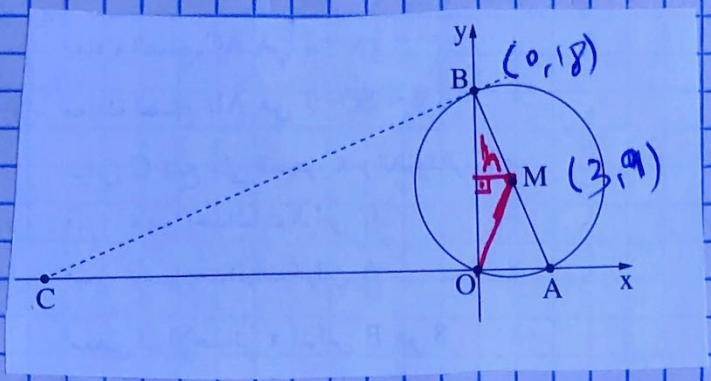
المماس $\boxed{BC=y=\frac{1}{3}x+18}$

ا.3 C هي نقطة تقاطع BC مع x $\leftarrow y=0$

$$0=\frac{1}{3}x+18 \rightarrow \left|-\frac{1}{3}x=18\right| \xrightarrow{\cdot -3} \boxed{x=-54}$$

$$\boxed{C:(-54,0)}$$

www.IQsmart.co.il



2.ب المثلث القائم الزاوية BCOM يتألف من مثلثين:

المثلث BOM ،

المثلث CBO

نجد مساحة كل واحد منهما ثم نجمع مساحة المثلث الصغير على مساحة المثلث الكبير للحصول على المطلوب.

$$S_{BOM} = \frac{BO \cdot h}{2}$$

$h=3$ (البعد الأفقي x للنقطة M).

$BO=18 \leftarrow BO=18-0$:لأن

$$S_{BOM} = \frac{BO \cdot h}{2} = \frac{18 \cdot 3}{2} = \boxed{27}$$

$$S_{BOC} = \frac{BO \cdot OC}{2}$$

$BO=18-0=18$

$OC=0-(-54)=54$

$$S_{BOC} = \frac{18 \cdot 54}{2} = \boxed{486}$$

مساحة المثلث القائم الزاوية BOMC

$$= S_{BOM} + S_{BOC} = 27 + 486 = \boxed{513}$$

www.IQsmart.co.il

التمرين 4

$$f(x)=\frac{64}{x}+25x$$

$D_f = \mathbb{R}^*$ أو $x \neq 0$ (1P)

$x=0$ (2P)

$f'(x)$ حساب [C]

$$f'(x)=\frac{-64}{x^2}+25$$

$$f'(x)=0 \Rightarrow \frac{-64}{x^2}+25=0 \Rightarrow 25=\frac{64}{x^2}$$

$$\times x^2 \Rightarrow 25x^2=64 \xrightarrow{:25} x^2=\frac{64}{25} \Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{64}{25}}$$

$x_1=\frac{8}{5}$ أو $x_2=-\frac{8}{5}$

$x_1=1.6$ $x_2=-1.6$

جدول إشارة $f'(x)$ و تغيرات f:

x	$x<-\frac{8}{5}$	$-\frac{8}{5}$	$-\frac{8}{5}<x<0$	0	$0<x<\frac{8}{5}$	$\frac{8}{5}$	$x>\frac{8}{5}$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	max	↘	‖	↘	min	↗

$x=-2$ $x=-1$ $x=1$ $x=2$

$$f'(x)=\frac{-64}{x^2}+25$$

$$f'(-2)=\frac{-64}{(-2)^2}+25=\frac{-64}{4}+25=9>0$$

$$f'(-1)=\frac{-64}{(-1)^2}+25=-64+25=-39<0$$

$$f'(1)=\frac{-64}{(1)^2}+25=-64+25=-39<0$$

$$f'(2)=\frac{-64}{(2)^2}+25$$

$$f'(2)=\frac{-64}{4}+25$$

$$f'(-2)=-16+25=9>0$$

www.lgsteart.co.il

نجد الإحداثي x للنقطة المعطوفة

$$f(x)=\frac{64}{x}+25x$$

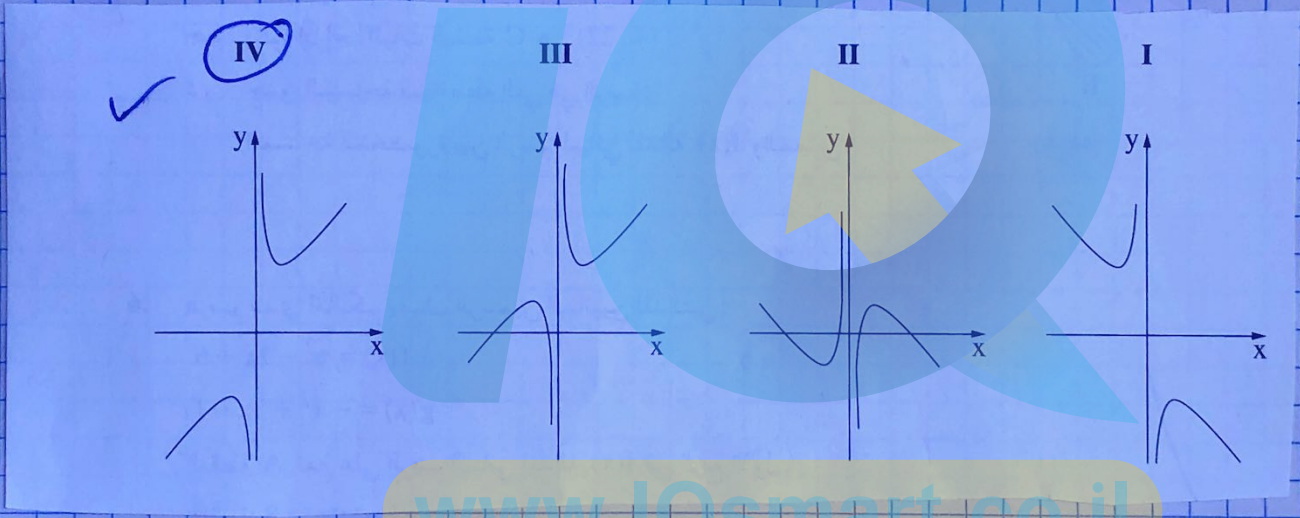
$$f(-1.6)=\frac{64}{-1.6}+25(-1.6)=-40-40=-80$$

النقطة المعطوفة (-1.6, -80)

$$f(1.6)=\frac{64}{1.6}+25\cdot(1.6)=$$

$$f(1.6)=40+40=80$$

النقطة المعطوفة (1.6, 80)



(ב)

يجب البرهان بعد توصلنا الى أنه للدالة يوجد نقطة معطوفة الى الاحداثي $x>0$ لها سالبي وبالتالي الرسومات I، II و III غير صالحة لأن الاحداثي x و y للنقطة المعطوفة في هذه الرسمات ليست سالبة (المعطوف الاحداثيين الاختبي سالبين). وبالتالي الرسم الصالح IV

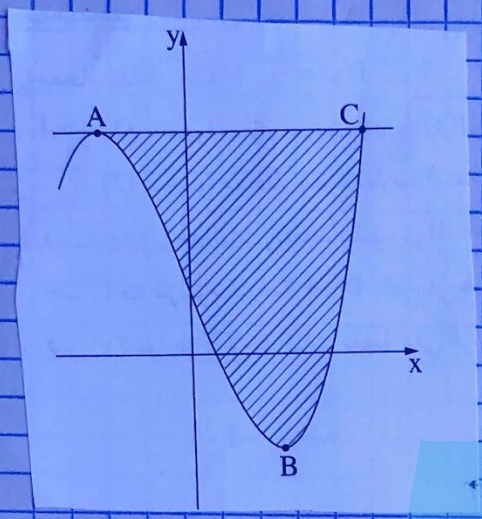
(ג) من المعطى نكون معادلة المماس وبعدين نعوض $x=2$ لمعرفة تعليق النقطة المعطوفة فإذا الدالة تصاعدية في $x=2$

$$f(2)=\frac{64}{2}+25\cdot 2=32+50=82 \Rightarrow (2,82)$$

www.IQsmart.co.il

سؤال 5

$$f(x)= x^3-12x+6$$



(أ) إيجاد إحداثيات النقطتين اللتين يمس عندهما المماس المحور السيني:

$$f'(x)=0$$

$$f'(x)=3x^2-12$$

$$f'(x)=0$$

$$3x^2-12=0$$

$$3x^2=12 \xrightarrow{:3} x^2=\frac{12}{3}=4$$

$$x=\pm\sqrt{4}$$

$$\boxed{x_1=2} \qquad \boxed{x_2=-2}$$

$$f(-2)=(-2)^3-12\cdot(-2)+6=-8+24+6=22$$

$$\boxed{A(-2,22)}$$

$$f(2)=2^3-12\cdot 2+6=8-24+6=-10$$

$$\boxed{B(2,-10)}$$

www.iqsmart.co.il

(ب) نجد ميل المماس في A $\leftarrow$ ميل المماس $=f'(-2)$

$$f'(x)=3x^2-12 \longrightarrow f'(-2)=3(-2)^2-12=3\cdot 4-12=0$$

إذن: معادلة المماس هي على الصورة

$$y=0\cdot x+n \Longrightarrow y=n$$

وبما أنه يمر بـ $A(-2,22)$ إذن $\boxed{y=22}$ معادلة المماس في A

(ج) كم نقطة تقع على المماس الموازي لـ y وهو $y=22$ تقع على الدالة

نقصد هو $f(4)=22$ حيث النقطة C تقع على الدالة

$$f(4)=4^3-12\cdot 4+6=64-48+6=22$$

إذن $C:(4,22)$ تقع على الدالة.

ب. المساحة المظللة: هي المساحة المحصورة بين المنحنى والمماس (أي الدالة $y=-2x+6$) من $x=-2$ إلى $x=4$.

$$S = \int_{-2}^{4} 22-(x^3-12x+6)\,dx = \int_{-2}^{4} 22-x^3+12x-6\,dx$$

$$S = \int_{-2}^{4} 16-x^3+12x\,dx = \left[16x-\frac{x^4}{4}+6x^2\right]_{-2}^{4}$$

$$\left[16\cdot 4-\frac{4^4}{4}+6\cdot 4^2\right]-\left[16(-2)-\frac{(-2)^4}{4}+6(-2)^2\right]$$

$$\left[64-\frac{256}{4}+6\cdot 16\right]-\left[-32-\frac{16}{4}+6\cdot 4\right]$$

$$[64-64+96]-[-12]$$

$$96+12=\boxed{108}$$

{مساحة المنطقة المظللة = 108 وحدة مربعة}

www.Qsmart.co.il

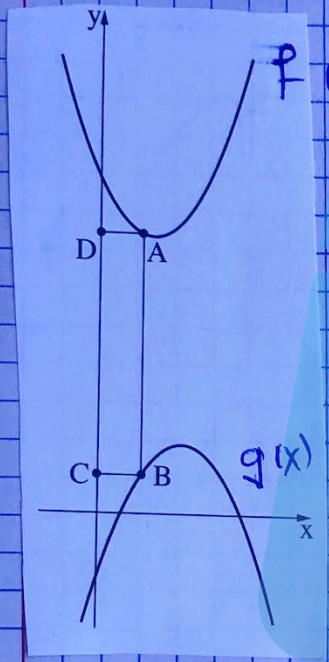
سؤال 6

لحساب المعطيات:

1) الرسم المرفق يمثل دالتين في نفس معلم المحاور

$f(x)=x^2-2x+6$

$g(x)=-x^2+3x-1$



A تنتمي الى الدالة $f(x)$

B تنتمي الى الدالة $g(x)$

القطعة AB موازية لمحور y

وهذا معناه ان النقطة A و B

نفس الفاصلة x

أي $x_A=x_B$

النقطتان D و C تنتميان الى

محور y أي $C:(0,y_C)$ $D(0,y_D)$

وانطلاقا من الرسم ABCD مستطيل وهذا معناه

ان النقطتين B و C نفس الفاصلة y

و النقطتين A و D نفس الفاصلة y

$A(x_A,y_A) \rightarrow y_A=f(x)=x^2-2x+6 \Rightarrow \boxed{A(x,x^2-2x+6)}$

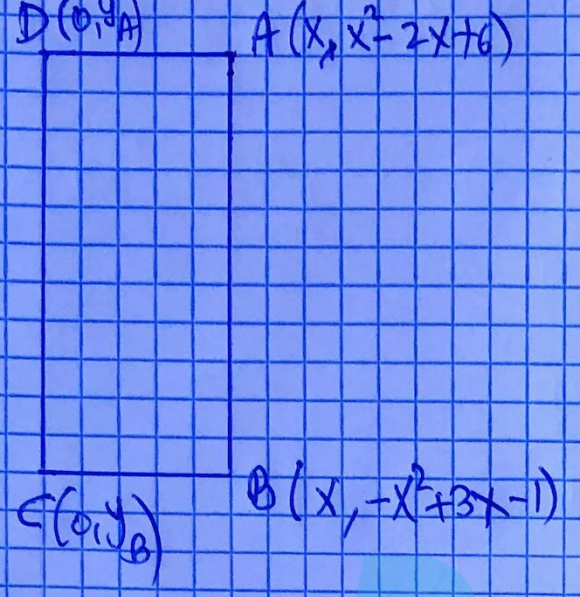
$B:(x,y_B) \rightarrow y_B=g(x)=-x^2+3x-1 \Rightarrow \boxed{B(x,-x^2+3x-1)}$

2.P طول القطعة AB

$AB=y_A-y_B=(x^2-2x+6)-(-x^2+3x-1)=x^2-x+6+x^2-3x+1$

$\boxed{AB=2x^2-5x+7}$

تمرين 11 حل:



$AB+DC + AD+BC$

$AB=DC = 2x^2-5x+7$

$AD=BC = (x-0) = x$

إذا محيط المستطيل هو:

$2(2x^2-5x+7) + 2(x)$

$4x^2-10x+14+2x = 4x^2-8x+14$

والدالة التي تعبر عن محيط المستطيل هي الدالة T المعرفة بـ:

$$T(x) = 4x^2-8x+14$$

$$T'(x) = 8x-8 \Rightarrow T'(x)=0 \Rightarrow 8x-8=0$$

$$\Rightarrow 8x=8 \Rightarrow x=\frac{8}{8}=1 \Rightarrow \boxed{x=1}$$

نضيف العدد $x=1$ بوضعه بين صفرين أيا كانت إشارتهما في $\boxed{x=1}$ يكون المحيط للمستطيل أصغر ما يمكن

x	$x<1$	$x=1$	$x>1$
$T'(x)$	$-$	0	$+$
$T(x)$	$\searrow$	min	$\nearrow$

إذا $\boxed{x=1}$ يعطينا أصغر محيط ممكن للمستطيل.

$T'(0) = 8\cdot 0-8 = -8 < 0$

$T'(2) = 8\cdot 2-8 = 8 > 0$

www.iqsmart.co.il