حل نموذج بجروت

(802)-381

موعد (أ) صيف 2022

معهد IQ

לא לכתוב באזור זה לא تكتبوا في هذه المنطقة

מתמטיקה, קיץ תשפ"ב, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، صيف 2022، رقم 035381 + ملحق

الأسئلة

في هذا النموذج ستّة أسئلة. لإجابة كاملة عن سؤال تحصلون على 25 درجة. يُسمح لكم الإجابة بشكل كامل أو جزئيّ، عن عدد أسئلة كما تشاؤون، لكن مجموع الدرجات التي تستطيعون تجميعها في هذا النموذج لن يزيد عن 100.

اكتبوا جميع الحسابات والإجابات في نموذج الامتحان.

انتبهوا: يجب تفسير جميع الخطوات، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح.
عدم التفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

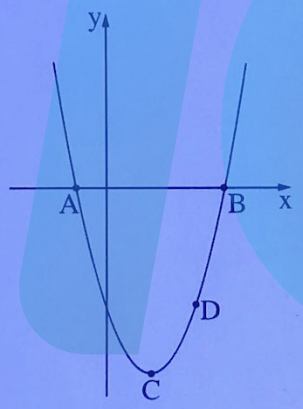
ملاحظة:
في صيف 2022 كان لامتحان الرياضيات 3 صيغ (نماذج) مختلفة - الحل المعروض لواحدة منها.

الجبر

1. معطى القطع المكافئ $y = x^2 - 3x - 4$.

القطع المكافئ يقطع المحور x في النقطتين A وَ B، كما هو موصوف في الرسم الذي أمامكم.

النقطة C هي رأس القطع المكافئ.



أ. **(1)** جدوا إحداثيّات النقطتين A وَ B.

(2) جدوا إحداثيّات النقطة C.

النقطة D تقع على القطع المكافئ.

الإحداثيّ x للنقطة D هو 3.

ب. **(1)** جدوا الإحداثيّ y للنقطة D.

(2) جدوا مساحة المثلّث ABD.

www.IQsmart.co.il

P. $y = x^2 - 3x - 4$

1. A, B تقاطع القطع المكافئ مع المحور $x \Leftarrow y = 0$

$x^2 - 3x - 4 = 0$

$a = 1 \quad b = -3 \quad c = -4$ نحل المعادلة من الدرجة الثانية:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(-4)}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{9+16}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{3 \pm 5}{2}$$

$x_1 = \frac{3+5}{2} = \frac{8}{2} = 4$

$x_2 = \frac{3-5}{2} = \frac{-2}{2} = -1$

$A(-1, 0) \quad B(4, 0)$

/ يتبع في صفحة 5 /

מתמטיקה, קיץ תשפ"ב, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، صيف 2022، رقم 035381 + ملحق

לא לכתוב באיזור זה لا تكتبوا في هذه المنطقة

2.א احداثيات x של הקדקוד הגרף f מקיים:

$x_C = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-3)}{2} = \frac{3}{2} = 1.5$ $\boxed{x_C = 1.5}$

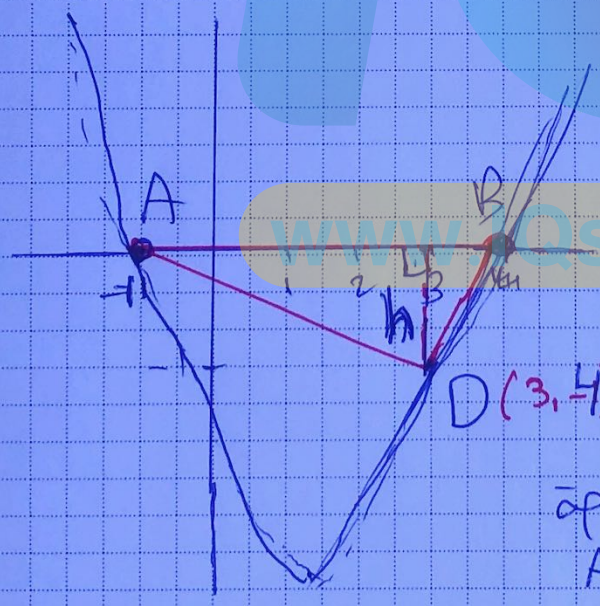
נמצא y_C:

$y_C = (1.5)^2 - 3(1.5) - 4 = 2.25 - 4.5 - 4$

$= -6.25$ $\boxed{C(1.5, -6.25)}$

ב. D נמצא על הגרף של f ולכן מתקיים $x_D = 3$

$y_D = 3^2 - 3 \cdot 3 - 4 = 9 - 9 - 4 = -1 \Rightarrow \boxed{D(3,-4)}$



2.ב

שטח המשולש $ABD = \frac{AB \cdot h}{2}$

$AB = 4 - (-1) = 5$

$h = 4$

שטח המשולש $ABD = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$

/يتبع في صفحة 6

לא לכתוב באזור זה. لا تكتبوا في هذه المنطقة

מתמטיקה, קיץ תשפ"ב, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، صيف 2022، رقم 035381 + ملحق

2. تَدَرَّبَ يوسف لمنافسة ركض حسب خطّة تدريبيّة بناها المدرِّب من أجله.
في الأسبوع الأوّل من التدريب ركض يوسف 3.4 كم.
بعد ذلك، ركض يوسف في كلّ أسبوع 1.2 كم أكثر من عدد الكيلومترات التي ركضها في الأسبوع الذي قبله.

أ. كم كيلومترًا ركض يوسف في الأسبوع الخامس من التدريب؟

ب. في أيّ أسبوع من التدريب ركض يوسف 13 كم؟

ج. بعد كم أسبوعًا من بداية التدريب، ركض يوسف ما مجموعه 177 كم؟

لتحسين الوصف المعروض في السؤال، الطريقة التي ركض فيها يوسف عبارة عن متوالية حسابية حدها الاول ⇐ المسافة التي ركضها في اول اسبوع وهو 3.4 كم.
مرق المتوالية = 1.2 كم (المسافة التي كان يضيفها كل اسبوع).

أ - $\underset{1}{3.4}, \underset{2}{4.6}, \underset{3}{5.8}, \underset{4}{7}, \underset{5}{8.2}$
(+1.2 · +1.2 · +1.2 · +1.2)

في الاسبوع الخامس ركض يوسف 8.2 كم.

ب. سنحل السؤال عن طريق الحدّ العام
$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 13 = 3.4 + (n-1)\cdot 1.2$

$\Rightarrow 13 = 3.4 + 1.2n - 1.2$
$13 = 2.2 + 1.2n \Rightarrow 13 - 2.2 = 1.2n$
$10.8 = 1.2n$

$\frac{10.8}{1.2} = n \Rightarrow \boxed{9 = n}$

⇐ في الاسبوع التاسع ركض يوسف 13 كم.

/يتبع في صفحة 7

מתמטיקה, קיץ תשפ"ב, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، صيف 2022، رقم 035381 + ملحق

לא לכתוב באזור זה لا تكتبوا في هذه المنطقة

ب- مجموع متوالية حسابية

$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$ $\quad S_n = 177$

$177 = \frac{n}{2}[2\cdot(3.4) + (n-1)(1.2)]$

$177 = \frac{n}{2}[6.8 + 1.2n - 1.2]$

$177 = \frac{n}{2}[5.6 + 1.2n] \quad / \times 2$

$354 = n[5.6 + 1.2n] \Rightarrow 354 = 5.6n + 1.2n^2$

$\Rightarrow 1.2n^2 + 5.6n - 354 = 0 \quad \Rightarrow a = 1.2 \; b = 5.6 \; c = -354$

وهذه معادلة تربيعية نعلم حلها من الدستور ويجب الانتباه أن n يجب أن يكون عدد طبيعي أي صحيح موجب

$n_{1,2} = \frac{-5.6 \pm \sqrt{(5.6)^2 - 4(1.2)(-354)}}{2\cdot(1.2)} = \frac{-5.6 \pm \sqrt{31.36 + 1699.2}}{2.4}$

$n_{1,2} = \frac{-5.6 \pm \sqrt{1730.56}}{2.4}$

$n_{1,2} = \frac{-5.6 \pm 41.6}{2.4} \xrightarrow{\text{نأخذ الحل الموجب فقط}} \frac{-5.6 + 41.6}{2.4} = 15$

اذًا في الاسبوع الـ 15 يكون يوسف قد ركض مجموع 177 ك.م.

/يتبع في صفحة 8

www.iqsmart.co.il

לא לכתוב באזור זה. لا تكتبوا في هذه المنطقة

מתמטיקה, קיץ תשפ"ב, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، صيف 2022، رقم 035381 + ملحق

3. في مصنع معيّن، يزداد الراتب الشهريّ لكلّ عامل بنسبة مئويّة ثابتة في كلّ سنة. مقدار النسبة المئويّة يُحدَّد لكلّ عامل على حِدة عند بداية عمله.

راتب جميل في السنة الأولى من عمله في المصنع كان 8,000 شيكل في الشهر.

راتب جميل يزداد كلّ سنة بـ 6% .

أ. (1) كم كان راتب جميل الشهريّ بعد مرور سنتين منذ بداية عمله في المصنع؟

(2) بعد مرور كم سنة منذ بداية عمله في المصنع، سيكون راتب جميل 9,528.13 شيكل في الشهر؟

راتب أكرم في السنة الأولى من عمله في المصنع، كان 10,000 شيكل في الشهر.

بعد سنتين من ذلك، كان راتب أكرم 10,816 شيكلًا في الشهر.

ب. ما هي النسبة المئويّة التي يزداد بها راتب أكرم الشهريّ في كلّ سنة؟

بدأ جميل وأكرم العمل في المصنع في نفس الوقت.

ج. هل بعد مرور 10 سنوات من بداية عملهما، سيظلّ راتب أكرم أعلى من راتب جميل؟ علِّلوا.

أ- السؤال هو سؤال تزايد، نعلم صيغة القانون

$M_t = M_0 \cdot q^t \Rightarrow M_0 = 8000$

$P = 6\% = 0.06 \Rightarrow q = 1 + 0.06 = 1.06$

$M_t = 8000 \cdot (1.06)^t$

راتب بعد سنتين $M_2 = 8000(1.06)^2 = 8988.8$ شيكل — 1 P

نفرض بوضع تعويض t بتمثل في يكون راتب جميل 9528.13 — 2 P

$M_3 = 8000(1.06)^3 = 9528.18$

9528.18 اي انه بعد 3 سنوات سيكون راتبه

/ يتبع في صفحة 9/

לא לכתוב באזור זה لا تكتبوا في هذه المنطقة

بحسب الكرم معلوم أن :-

$M_0 = 10,000 \qquad M_2 = 10,816$

$M_2 = M_0 \cdot q^2 \Rightarrow 10816 = 10000 \cdot q^2$

$\frac{10816}{10000} = q^2 \Rightarrow 1.0816 = q^2 \Rightarrow \sqrt{\quad} \Rightarrow \boxed{1.04 = q}$

$q = 1 + p \Rightarrow 1.04 = 1 + p$

$\Rightarrow 1.04 - 1 = p \Rightarrow \boxed{0.04 = p}$

$\boxed{4\% = p}$ اذ

اي ، راتب الكرم يزداد بـ 4٪ سنويًا

ب- نفرض راتب الكرم وراتب الجمل بعد 10 سنوات

الجمل:

$M_{10} = 8000 (1.06)^{10}$

$M_{10} = \boxed{14326.781}$

الكرم:

$M_{10} = 10000 (1.04)^{10}$

$\boxed{M_{10} = 14802.44}$

$14326.781 < 14802.44$

راتب الكرم بعد 10 سنوات اكبر من راتب الجمل.

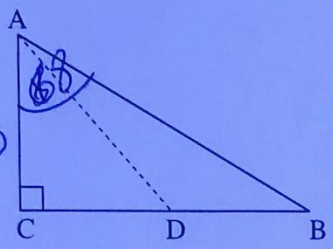
/يتبع في صفحة 10/

לא לכתוב באזור זה. لا تكتبوا في هذه المنطقة

מתמטיקה, קיץ תשפ"ב, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، صيف 2022، رقم 035381 + ملحق

حساب المثلّثات

4. الرسم الذي أمامكم يصف مثلّثًا قائم الزاوية ABC ($\sphericalangle ACB = 90^o$) .
طول الضلع القائم AC هو 30 سم، $\sphericalangle CAB = 68^o$.



أ. جدوا طول الوتر AB .

ب. جدوا طول الضلع القائم BC .

النقطة D تقع على الضلع القائم BC بحيث طول القطعة AD هو 48 سم.

جـ. (1) جدوا مقدار الزاوية ADC .

(2) جدوا طول القطعة BD .

د. جدوا مساحة المثلّث ABD .

أ. في المثلث ACB نعرف

$\cos 68 = \frac{AC}{AB} \Rightarrow \cos 68 = \frac{30}{AB}$ ($\cos 68 = 0.3746$)

$\Rightarrow AB = \frac{30}{0.3746} = 80.085$

$AB = 80.085$

ب. في المثلث ABC نعرف:

$tg\,68 = \frac{CB}{AC} \Rightarrow \frac{tg\,68}{2.475} = \frac{CB}{30}$

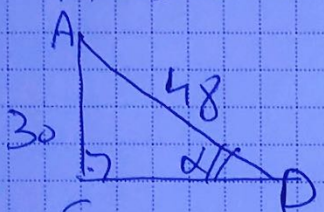
$CB = 30 \cdot (2.475) \Rightarrow CB = 74.252$

www.iqsmart.co.il

/يتبع في صفحة 11/

לא לכתוב בשטח זה. لا تكتبوا في هذه المنطقة

1. ب. في المثلث ACD القائم الزاوية, AD=48 (معطى) بحسب



$\sin\alpha = \frac{30}{48} = 0.625$

$\alpha = 38.682$

$\measuredangle ADC = 38.682$

2. ب. $BD = BC - CD$

في المثلث ACD بحسب فيثاغورس:

$AD^2 = AC^2 + CD^2 \Rightarrow 48^2 = 30^2 + CD^2$

$\Rightarrow 2304 = 900 + CD^2 \Rightarrow 2304 - 900 = CD^2$

$CD^2 = 1404 \Rightarrow CD = 37.470$

$BD = BC - CD \Rightarrow BD = 74.252 - 37.470$

$BD = 36.782$

ج. ارتفاع المثلث ABD هو AC، ولذلك

مساحة $S_{PADB} = \frac{AC \cdot BD}{2} = \frac{30 \cdot (36.782)}{2}$

مساحة المثلث ABD $= S_{PABD} = 551.73$

يتبع في صفحة 12/

www.iqsmart.co.il

לא לכתוב באזור זה / لا تكتبوا في هذه المنطقة

מתמטיקה, קיץ תשפ"ב, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، صيف 2022، رقم 035381 + ملحق

الاحتمال والإحصاء

5. أعلن مطعم "طازج وصحّيّ" عن حملة يانصيب لِمَن يطلب وجبة في المطعم.
كلّ شخص يشارك في اليانصيب يحصل على مغلّف فيه 10 بطاقات:
على بطاقة واحدة مسجَّل وجبة فطور، وعلى 3 بطاقات مسجَّل بوظة، وباقي البطاقات فارغة.
يُخرِج المشارك من المغلّف بطاقة واحدة بشكل عشوائيّ، ويكسب الجائزة المسجَّلة على البطاقة التي أخرجها (إذا كانت البطاقة فارغة – فإنّه لا يكسب جائزة).

	بوظة	بوظة	بوظة	وجبة فطور

أ. ما هو الاحتمال بأن لا يكسب مشارك في اليانصيب جائزة؟

طلب كلّ من رامي وأمير وجبة في مطعم "طازج وصحّيّ"،
ولذلك، حصل كلّ واحد منهما على مغلّف فيه 10 بطاقات، كما هو موصوف في السؤال، وأخرج بطاقة واحدة بشكل عشوائيّ.

ب. ما هو الاحتمال بأن يكسب رامي وأمير أيضًا في اليانصيب:
رامي وجبة فطور وأمير بوظة؟

ج. ما هو الاحتمال بأن يكسب رامي وأمير أيضًا في اليانصيب جائزتين مختلفتين:
أحدهما وجبة فطور والآخر بوظة؟

د. ما هو الاحتمال بأن يكسب بالضبط واحد منهما وجبة فطور؟

أ. بحسب المعطيات هناك 6 بطاقات من اصل 10 فارغة اي بدون جائزة وبالتالي الاحتمال ان لا يكسب جائزة هو $P(\text{لا يكسب}) = \frac{6}{10} = 0.6$

ب. هناك بطاقة واحدة في كل من ملف أمير وملف رامي التي على الجائزة وجبة فطور وبالتالي الاحتمال ان يربح امير جائزة فطور هي $\frac{1}{10}$ والاحتمال لرامي ان يربح البوظة هو $\frac{3}{10}$ والاحتمال ان يربح الاثنين معًا جائزة هو: $\frac{1}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{3}{100}$

/ يتبع في صفحة 13 /

ב. الاحتمال ان يكسب أمير بوجه هو $\frac{3}{10}$

والاحتمال ان يكسب رامي وجه فقط هو: $\frac{1}{10}$

والتالي الاحتمال ان يكسب امير بوجه ورامي وجه فقط هو $\frac{3}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{3}{100}$.

ولكن يجب ان نأخذ بالحسبان ايضًا الوضع التعاكسي يربح أمير وجه فقط ورامي يربح الوجه. والاحتمال لهذا الوضع هو ايضًا الاحتمال السابق اي $\frac{3}{100}$

والتالي الاحتمال ان يربح احدهما فقط والآخر يوجه هو:

$$\frac{3}{100} + \frac{3}{100} = \boxed{\frac{6}{100}}$$

ג. الاحتمال ان يكسب احدهما بالضبط وجه فقط هو ان يربح احدهما وجه والآخر يربح وجه فقط اي

$$P(\text{امير يربح وجه}) \cdot P(\text{رامي يربح وجه}) + P(\text{امير لا يربح وجه}) \cdot P(\text{رامي يربح وجه فقط})$$

$$\frac{1}{10} \cdot \frac{9}{10} + \frac{9}{10} \cdot \frac{1}{10}$$

$$\frac{9}{100} + \frac{9}{100} = \boxed{\frac{18}{100}}$$

/ يتبع في صفحة 14 /

לא לכתוב באזור זה
لا تكتبوا في هذه المنطقة

לא לכתוב באזור זה לא تكتبوا في هذه المنطقة

מתמטיקה, קיץ תשפ"ב, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، صيف 2022، رقم 035381 + ملحق

6. من أجل القبول للدراسة في جامعة معيّنة، تَقَدَّمَ المرشَّحون لامتحان في اللغة الإنجليزيّة. العلامات في الامتحان توزّعت طبيعيًّا، والانحراف المعياريّ كان 6 .
علامة 93% من المرشَّحين كانت أقلّ من 88 .

أ. جدوا معدّل العلامات.

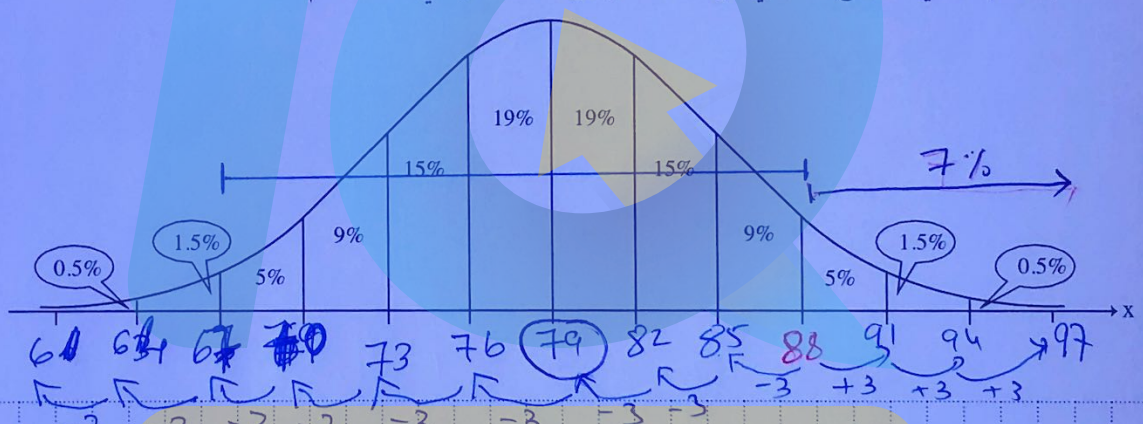
يختارون بشكل عشوائيّ مرشَّحًا تَقَدَّمَ لامتحان اللغة الإنجليزيّة.

ب. ما هو الاحتمال بأن تكون علامة هذا المرشَّح أقلّ من 88 وأعلى من 67 ؟

المرشَّح الذي علامته في الامتحان أعلى من 85 يُعفى من دورة في اللغة الإنجليزيّة. تَقَدَّمَ للامتحان 1,200 مرشَّح.

ج. حسب الرسم البيانيّ للتوزيع الطبيعيّ، كم مرشَّحًا تَقَدَّمَ للامتحان سيُعفون من دورة في اللغة الإنجليزيّة؟

أمامكم الرسم البيانيّ للتوزيع الطبيعيّ من لائحة القوانين. استعملوه في حساباتكم.



www.iqsmart.co.il

بعد المعطيات: الانحراف المعياري 6 و 93% من علامات الامتحان كانت اقل من 88 ← اي 7% اكبر من 88 ← نحدد العلامة 88 على المنحنى بحيث تتلائم مع المعطيات. بين كل عمود والذي يليه هنالك 3 علامات $(\frac{6}{2})$ ← نحدد العلامات حتى المنحنى ← وبحيث المنحنى المعدل هو 79

/ يتبع في صفحة 15 /

ב. نجمع النسب المئوية للعلامات بين 67 و 88 (انظر الرسم)
والنسبة المئوية الملائمة هي:
$5\% + 9\% + 15\% + 19\% + 19\% + 15\% + 9\% = \boxed{91\%}$
أي إن 91% من الطلاب علاماتهم بين 67 و 88.

ج - نحسب المعطيات:
تقدم للامتحان 1200 طالب
كل من يحصل على علامة 85 وما فوق يُعفى
من امتحان اللغة الإنجليزية.
نسبة الذين حصلوا على علامة أعلى من 85 هي
$9\% + 5\% + 1.5\% + 0.5\% = 16\%$
وبالتالي عدد الذين حصلوا على إعفاء من درجة
اللغة الإنجليزية هو:
$16\% \cdot 1200 = \frac{16}{100} \cdot 1200 = 192$
طالب

www.iqsmart.co.il

בהצלחה!
نتمنّى لكم النّجاح!
זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.

/تتبع صفحات دفتر إضافيّة/

לא לכתוב באזור זה בשטח זה אין לכתוב
لا تكتبوا في هذه المنطقة