حل نموذج بجروت

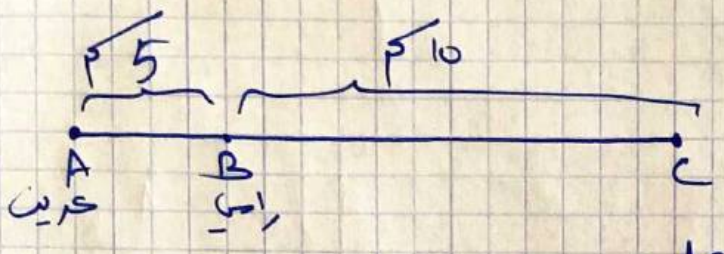
804-481

موعد (ب) 2020

طاقم الرياضيات

معهد IQ

سؤال 1 :



$AC = 15$ كم

	مسافة	زمن	سرعة	
حتى ان وصلت راميم ← 5		$\frac{5}{V}$	V	A → B عدين
	10	$\frac{10}{V+2}$	$V+2$	B → C راميم
	5	$\frac{5}{\frac{5}{6}V} = \frac{6}{V}$	$\frac{5}{6}V$	B → A عدين

(1) (P) حسب الجدول : $\text{زمن} = \frac{\text{مسافة}}{\text{سرعة}}$

$$\boxed{\frac{5}{V}}$$

(2) مسافة عدين بالعودة ← $\frac{5}{5} : \frac{5 \cdot 6}{5 \cdot V} = \boxed{\frac{6}{V}}$

سرعة عدين بالعودة ← $\frac{5}{6}V$

(3) الزمن من (B→C) راميم = الزمن من (B→A) عدين + $\frac{15}{60}$.

$$\frac{15}{60} + \frac{6}{V} = \frac{10}{V+2} \quad / \cdot 4V(V+2)$$

نضرب المعادلة بـ $4V(V+2)$

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

نختزل المقامات :←

$$V(V+2)+24(V+2)=40V$$

$$V^2+2V+24V+48=40V$$

$$V^2-14V+48=0$$

$$(V-8)(V-6)=0$$

$V_1=8\frac{Km}{h}$ $\quad$ $V_2=6\frac{Km}{h}$

(ب) بدة الساعة الثانية

$$\frac{5}{V}+\frac{10}{V+2}<2$$

نعوض في $V_1=8\frac{Km}{h}$ ثم $V_2=6$ وفحص أيهما يحقق المتباينة.

$$\frac{5}{8}+\frac{10}{8+2}<2 \quad (I)$$

$$1.625<2 \checkmark$$

$V=8\frac{Km}{h}$ تحقق المتباينة.

$$\frac{5}{6}+\frac{10}{8}<2 \quad (II)$$

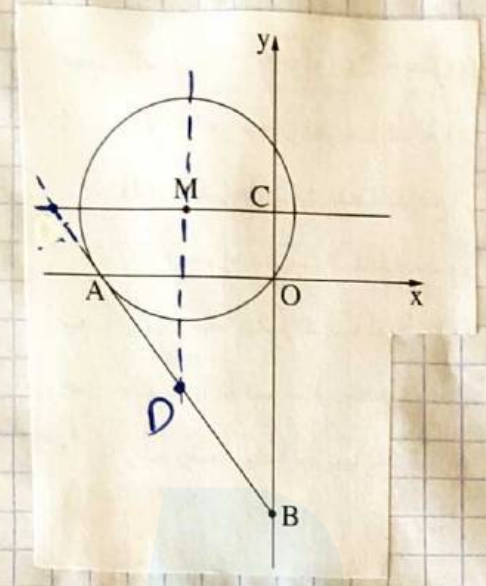
$2\frac{1}{12}<2$ خطأ. X

$V=6\frac{Km}{h}$ لا تحقق المتباينة

بالتالي $V=8\frac{Km}{h}$ هي التي تلائم المعطيات.

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

السؤال 2 :



$R = 5$

3. $M(-4, 3)$ ⇐ المعادي لمركز الدائرة

(P) الدائرة تمر بنقطة أصل المحاور

نعوض في معادلة الدائرة النقطة $(0,0)$ ونجد a .

$$(X+a)^2+(y-3)^2=25$$

$$(0+a)^2+(0-3)^2=25$$

$$a^2+9=25$$

$$a^2=16$$

$$\boxed{a=\pm 4}$$

بما أن مركز الدائرة يقع في الربع الثاني إذاً $X_M < 0$

بالتالي معادلة الدائرة :

$$\boxed{(X+4)^2+(y-3)^2=25}$$

ب) $A(X_A, 0)$:

$$(X+4)^2+(0-3)^2=25$$

$$x^2+8x+16+9-25=0$$ (-16)

$$x^2+8x=0$$

$$x(x+8)=0$$

$X=0$ نقطة أصل المحاور

$\boxed{X=-8}$

إذاً: $\boxed{A(-8,0)}$ ⇐

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

(ب) $MA \perp AB$ وذلك حسب نظرية المماس يعامد نصف القطر بنقطة التماس.

نجد ميل AM (نصف القطر)

$A(-8,0)$ ، $M(-4,3)$:

$$m_{AM} = \frac{0-3}{-8-(-4)} = \frac{+3}{4}$$

$$m_{AM} \cdot m_{AB} = -1$$

$$\frac{+3}{4} \cdot m_{AB} = -1$$

$$m_{AB} = -\frac{4}{3}$$

$B(0, y_B)$ ، $A(-8,0)$

$$m_{AB} = -\frac{4}{3} = \frac{0-y_B}{0+(-8)}$$

$$+3y_B = -32$$

$$y_B = -10\frac{2}{3}$$

إذا: $B\left(0, -10\frac{2}{3}\right)$

(د) $C(0,3)$.

نجد معادلة المستقيم AB ،

$$y = -\frac{4}{3}x + b$$

$$-10\frac{2}{3} = -\frac{4}{3} \cdot 0 + b$$

$$b = -10\frac{2}{3}$$

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

$$\boxed{y_{AB} = -\frac{4}{3}x - 10\frac{2}{3}}$$

مساحة شبه المنحرف:

$$S_{MCDB} = \frac{(MD+CB)\cdot MC}{2}$$

في النقطة D: $(-4, y_D)$.

$$y_{AB} = -\frac{4}{3}x - 10\frac{2}{3}$$

$$y_D = -\frac{4}{3}(-4) - 10\frac{2}{3} = -5\frac{1}{3}$$

$$\boxed{D\left(-4, -5\frac{1}{3}\right)}$$

$|MD| = y_M - y_D = 3 - (-5\frac{1}{3}) = 8\frac{1}{3}$ وذلك لأنه موازٍ لمحور y.

$|CB| = y_C - y_B = 3 - (-10\frac{2}{3}) = 13\frac{2}{3}$ وذلك لأنه يقع على محور y.

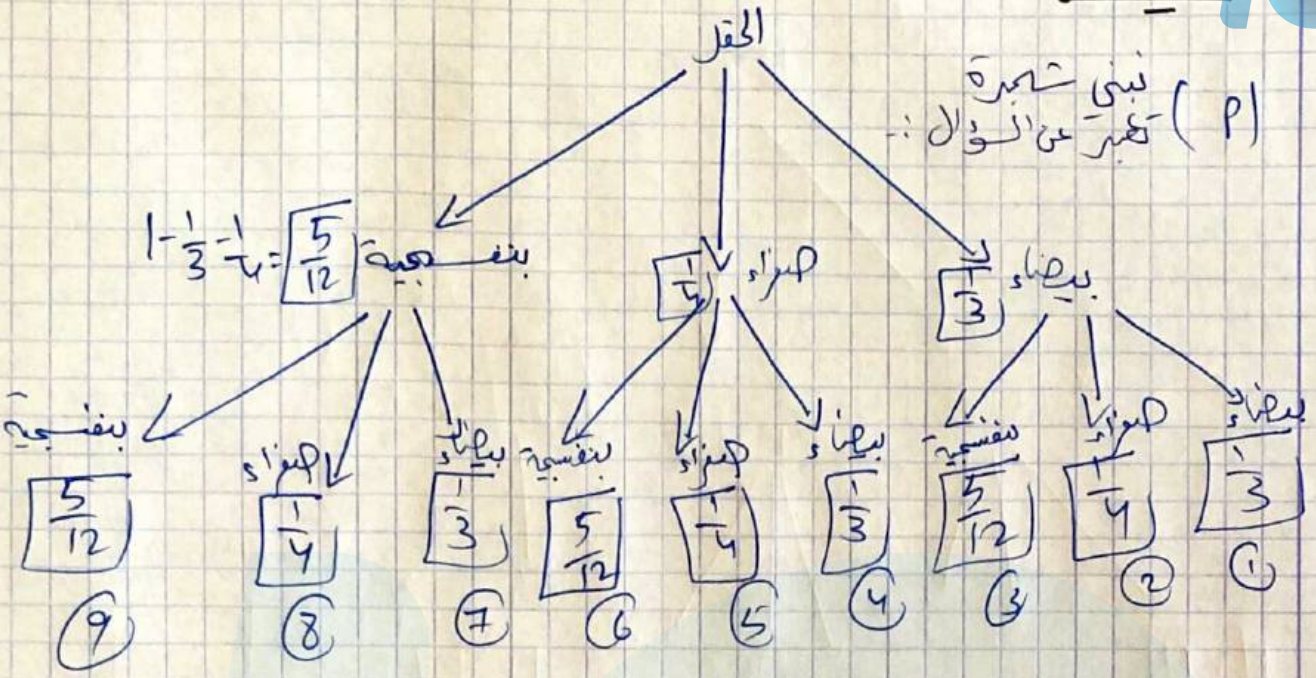
$|MC| = x_C - x_M = 0 - (-4) = 4$ وذلك لأنه موازٍ لمحور x.

$$S_{MCDB} = \frac{(8\frac{1}{3} + 13\frac{2}{3})\cdot 4}{2} = 22\cdot 2 = \boxed{44 \text{ وحدات مساحة}}$$

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

السؤال 3 :

(أ) نبني شجرة تعبر عن السؤال :



$$P(\text{وردتين بنفس اللون}) = \underset{①}{\text{فرع}} + \underset{⑤}{\text{فرع}} + \underset{⑨}{\text{فرع}}$$

$$P = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4} + \frac{5}{12}\cdot\frac{5}{12} = \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \frac{25}{144} = \boxed{\frac{25}{72}}$$

(ب)
$$P\left(\frac{\text{وردتين صفراوتين}}{\text{وردتين بنفس اللون}}\right) = \frac{\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}}{\frac{25}{72}} = \frac{\frac{1}{16}}{\frac{25}{72}} = \boxed{0.18}$$

(ج) ① هو الحدث المكمل للحدث الذي فيه يكون في الباقة عدد الورود البنفسجية هو 0.

$$1 - P(\text{ورود بنفسجية}) = 1 - \frac{5}{12} = \boxed{\frac{7}{12}}$$

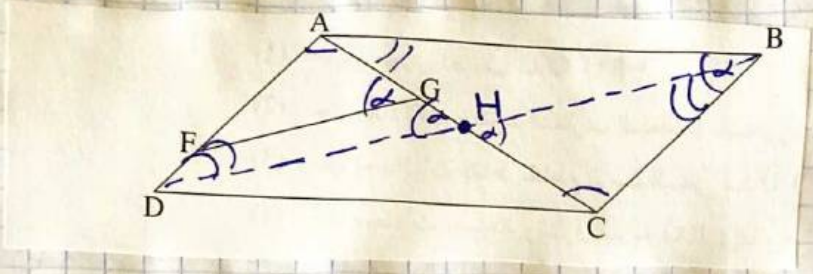
$$1 - P\left(\begin{array}{c}\text{في الباقة}\\ \text{5 ورود}\\ \text{بنفسجية}\end{array}\right)^5 = 1 - \left(\frac{7}{12}\right)^5 = \boxed{0.9324}$$

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

$$\left(1 - P\left(\begin{array}{c}\text{في كل المباريات}\\ \text{لا يوجد دوري}\\ \text{بفنجيه}\end{array}\right)^5\right)^3 = (0.9324)^3 = \boxed{0.81}$$ (2)

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

السؤال ٦ :-



$\measuredangle FGA = \measuredangle ABC = \alpha$

(أ) (١) بالتبادل ؛

(١) $\measuredangle FAG = \measuredangle ACB$

(٢) $\measuredangle BAC = \measuredangle ACD$.

$\measuredangle AFG = \measuredangle BAC$ زاوية مكملة لـ 180° (مجموع زوايا المثلث).

إذًا : $\triangle FGA \sim \triangle ABC$ حسب ز.ز.ز :

$\measuredangle FGA = \measuredangle ABC$ (I)

$\measuredangle FAG = \measuredangle ACB$ (II)

$\measuredangle AFG = \measuredangle CAB$ (III)

(٢) من التشابه :

$$\frac{AF}{AC} = \frac{FG}{AB}$$

لأن الشكل متوازي أضلاع. $AB = DC$

$$\frac{AF}{AC} = \frac{FG}{DC}$$

$$\boxed{AF \cdot DC = FG \cdot AC}$$

وهو المطلوب (أ)

(ب) النسبة بين المساحات هي تربيع نسبة الأضلاع.

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle FGA}} = \frac{20}{5} = 4.$$

إذًا : $\frac{AC}{AE} = \sqrt{\frac{1}{4}}$

وهو المطلوب (ب)

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

أي: $\frac{AF}{AC} = \frac{1}{2}$

FG∥DB (A)

$\measuredangle GHD = \measuredangle AGF$ زوايا متناظرة متساوية

$\measuredangle GHD = \measuredangle BHC$ تقابل بالرأس

إذن:

$\measuredangle BHC = \measuredangle AGF = \measuredangle ABC$

$\measuredangle ACB = \measuredangle HCB$ زاوية مشتركة؛

إذًا: $\measuredangle CBH = \measuredangle CAB$ زوايا متكاملة لـ 180°.

$\triangle ABC \sim \triangle BHC$ ← ز.ز.ز:

$\measuredangle ABC = \measuredangle BHC$ (I)

$\measuredangle ACB = \measuredangle BCH$ (II)

$\measuredangle CAB = \measuredangle CBH$ (III)

وهو المطلوب (أ)

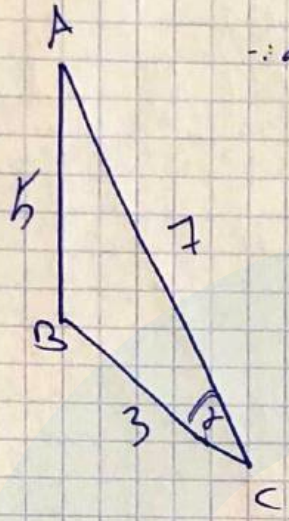
1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

سؤال 5 :-

$AC=7$

$BC=3$

$AB=5$



א) נשתמש בכלל cos :-

$5^2=7^2+3^2-2\cdot3\cdot7\cdot\cos(\alpha)$

$25-49-9=-42\cdot\cos(\alpha)$

$:-42$

$-33=-42\cos(\alpha)$

$\frac{11}{14}=\cos(\alpha)$

$\boxed{\alpha=38.21^\circ}$

ב) נשתמש בכלל sin :

$\frac{AB}{\sin(\measuredangle ACB)}=2R$

$\frac{AB}{\sin(38.21)}=2R$

$:2$

$\frac{5}{0.6185}=2R$

$\boxed{R=4.04}$

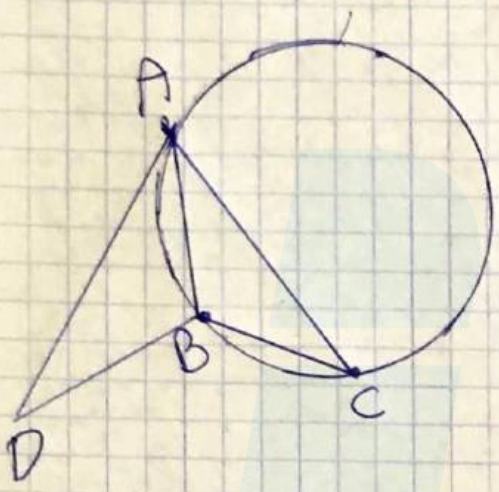
1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

(ب) $S_{\triangle DBA} = 12$

حسب نظرية الزاوية المحصورة بين المماس والوتر مساوية للزاوية المحيطية المقابلة للوتر من الجهة الأخرى.

أي: $\measuredangle DAB = \measuredangle ACB = 38.21°$

$$S_{\triangle DBA} = \frac{AD \cdot AB \cdot \sin(\measuredangle DAB)}{2}$$

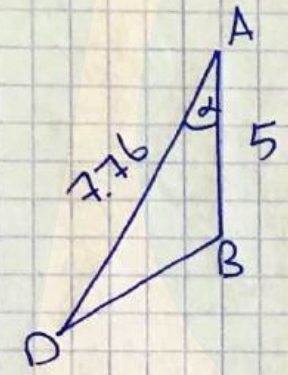


$$12 = \frac{AD \cdot 5 \cdot \sin(38.21°)}{2}$$

$$\boxed{AD = 7.76}$$

(ج) نجد طول DB أولاً:

حسب نظرية cos:



$$DB^2 = 5^2 + 7.76^2 - 2 \cdot 7.76 \cdot 5 \cdot \cos(38.21)$$

$$DB^2 = 85.219 - 60.9741$$

$$\sqrt{DB^2} = \sqrt{24.244}$$

$$\boxed{DB = 4.924}$$

- نجد نصف قطر الدائرة التي تحصر $\triangle ADB$ حسب نظرية sin:

$$\frac{DB}{\sin(\measuredangle DAB)} = 2R_2$$

$$\frac{4.924}{\sin(38.21)} = 2R_2$$

$$\boxed{R_2 = 3.98}$$

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

النسبة بين نصف قطر الدائرة التي تحصر $\triangle BAD$
ونصف قطر الدائرة التي تحصر $\triangle ABC$:

$$\frac{R_2}{R} = \frac{3.98}{4.04} = \boxed{0.984}$$

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

سؤال 6 :-

$$f(x)=\frac{3x}{x^2-1}+2$$

① (P)

$$x^2-1\neq 0$$

$$(x-1)(x+1)\neq 0$$

$x\neq 1$ أو $x\neq -1$

② خطوط تقارب عامودية :

$$f(1)=\frac{3}{(1)^2-1}+2=\frac{3}{0}+2=\frac{\text{عدد}}{0}$$

اذًا خط تقارب عامودي.

$$f(-1)=\frac{3}{(-1)^2-1}+2=\frac{3}{0}+2=\frac{\text{عدد}}{0}$$

اذًا خط تقارب عامودي.

خطوط تقارب أفقية :

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=\frac{\frac{3x}{x^2}}{\frac{1x^2}{x^2}-\frac{1}{x^2}}\to 0+2=0+2=2$$

اي: خطوط التقارب المعادة للمحورين :

$x=1$, $x=-1$, $y=2$

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

③ تقاطع f(x) مع محور X : (X,0)

$$0 = \frac{3x}{x^2-1} + 2 \quad / \cdot (x^2-1)$$

$$0 = 3x + 2(x^2-1)$$

$$0 = 3x + 2x^2 - 2$$

$$0 = 2x^2 + 3x - 2$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 2 \cdot (-2)}}{4} =$$

$a=2, b=3, c=-2$

$$\frac{-3 \pm \sqrt{25}}{4} =$$

$$\frac{-3 \pm 5}{4} \rightarrow \boxed{0.5} \quad \boxed{-2}$$

$$\boxed{(0.5, 0)}, \boxed{(-2, 0)}$$

تقاطع مع محور y : (0, y)

$$f(0) = \frac{3 \cdot 0}{0-1} + 2 = 2$$

$$\boxed{(0, 2)}$$

④

$$f'(x) = \frac{3(x^2-1) - [2x \cdot 3x]}{(x^2-1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{3x^2 - 3 - 6x^2}{(x^2-1)^2}$$

$$\boxed{f'(x) = \frac{-3x^2-3}{(x^2-1)^2}}$$

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

$f'(x)=0$: (المقام $\neq 0$ لكل x في مجال تعريف الدالة).

$$-3/0 = -3x^2-3$$
$$0 = x^2+1$$
$$0 = (x-1)(x+1)$$

$x=-1$ ملغي، خارج مجال التعريف

$x=1$ ملغي، خارج مجال التعريف

وهذا معناه انه للدالة لا يوجد نقاط قصوى وبالتالي هي تصاعدية أو تنازلية في كل جزء من مجال التعريف

	$x<-1$ (-2)	$x=-1$	$-1<x<1$ (0)	$x=1$	$x>1$ (2)
$f'(x)$	-	غير معرف	-	غير معرف	-
$f(x)$	↓		↓		↓

$$f'(-2) = \frac{-3(-2)^2-3}{((-2)^2-1)^2} = \frac{-15}{+} = -$$

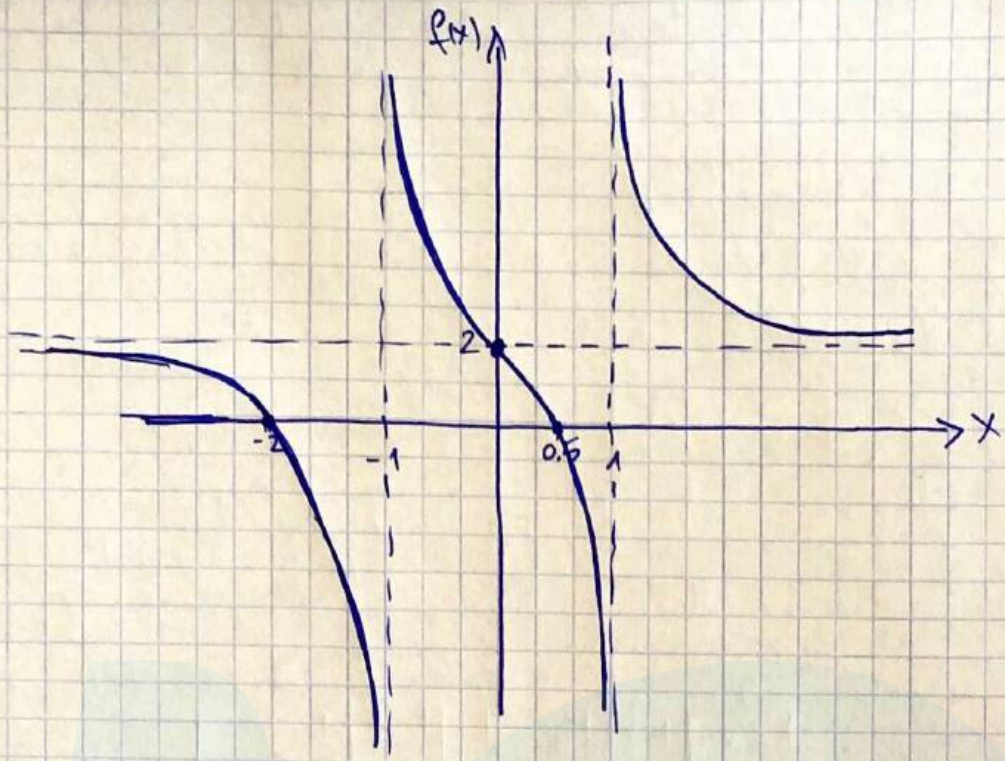
$$f'(0) = \frac{-30-3}{(0-1)^2} = \frac{-3}{+} = -$$

$$f'(2) = \frac{-3\cdot(2)^2-3}{((2)^2-1)^2} = \frac{-15}{+} = -$$

مجالات تنازلية: ↓ : $x>1$ أو $-1<x<1$ أو $x<-1$

مجالات تصاعدية: ↑ ، $\varnothing$ لا يوجد.

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il



(ب) حسب العلاقة بين الدالة والمشتقة :

المجالات التي تكون فيها الدالة سالبة للمشتقة

المجالات التصاعدية للدالة هي مجالات موجبة للمشتقة.

نقطة الالتواء للدالة هي نقطة قطوى للمشتقة

نقطة قطوى للدالة هي نقطة صفرية للمشتقة.

من هنا وحسب البند السابق.

المجالات السالبة للمشتقة: $X>1$ أو $-1<X<1$ أو $X<-1$

والرسم الوحيد الذي يحقق هذا الشرط هو رسم (I).

(جـ)

$$\int_3^a f'(x)\,dx = \Big|_3^a f(x) = 0.5$$

$$-[f(a) - f(3)] = 0.5$$

$$-\left[\frac{3a}{a^2-1} + 2 - \left(\frac{3\cdot 3}{9-1} + 2\right)\right] = 0.5$$

$$-\left(\frac{3a}{a^2-1} - \frac{9}{8}\right) = 0.5$$

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

$$\frac{-3a}{a^2-1} + \frac{9}{8} = 0.5$$

$\cdot(a^2-1)$ $\quad \frac{-3a}{a^2-1} = -0.625$

$$-3a = -0.625a^2 + 0.625$$

$\cdot 8$ $\quad 0.625a^2 - 3a - 0.625 = 0$

$$5a^2 - 24a - 5 = 0$$

$$\frac{24 \pm \sqrt{576 - 4 \cdot 5 (-5)}}{10} =$$

$$\frac{24 \pm \sqrt{676}}{10} =$$

$$\frac{24 \pm 26}{10} \rightarrow \boxed{5} \quad \boxed{-0.2}$$

$\boxed{a = 5}$: זו $a > 3$ שלנו.

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

سؤال 7 :-

$$f(x) = -2x\sqrt{-x^2+8}$$

① (P)

$$-x^2+8 \geq 0$$

$$-x^2+8=0$$

$$x^2=8$$

$$x = \pm\sqrt{8}$$

$\boxed{-\sqrt{8} \leq x \leq \sqrt{8}}$ مجال تعريف الدالة .

② $x=0$:

$$f(0) = -2\cdot 0\cdot\sqrt{-0+8}$$

$$f(0)=0$$

تقاطع مع المحاور $\boxed{(0,0)}$

③

$$f'(x) = -2\cdot\sqrt{-x^2+8} + \frac{-2x\cdot(-2x)}{2\sqrt{-x^2+8}}$$

$$f'(x) = \frac{-2\sqrt{-x^2+8}\sqrt{-x^2+8} + 4x^2}{2\sqrt{-x^2+8}}$$

$$f'(x) = \frac{-4(-x^2+8)+4x^2}{2\sqrt{-x^2+8}}$$

$$f'(x) = \frac{4x^2-32+4x^2}{2\sqrt{-x^2+8}}$$

$$\boxed{f'(x) = \frac{8x^2-32}{2\sqrt{-x^2+8}}}$$

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

$f'(x)=0$:

لقام $\neq 0$ نكر x في مجال تعريف الدالة .

$$8/0 = 8x^2-32$$

$$0 = x^2-4$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm\sqrt{4}$$

$$\boxed{x = \pm 2}$$

	$-\sqrt{8}<x<-2$	$x=-2$	$-2<x<2$	$x=2$	$2<x<\sqrt{8}$
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	↗	max	↘	min	↗

(-2.5) (0) (25)

$$f'(-2.5) = \frac{8\cdot(-2.5)^2-32}{2\sqrt{-(-2.5)^2+8}} = \frac{+}{+} = +$$

$$f'(0) = \frac{0-32}{2\sqrt{0+8}} = \frac{-}{+} = -$$

$$f'(25) = \frac{8\cdot(2.5)^2-32}{2\sqrt{-(25)^2+8}} = \frac{+}{+} = +$$

$$f(-2) = -2\cdot(-2)\cdot\sqrt{(-2)^2+8} = 8$$

$$f(2) = -2\cdot 2\cdot\sqrt{-(2)^2+8} = -8$$

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

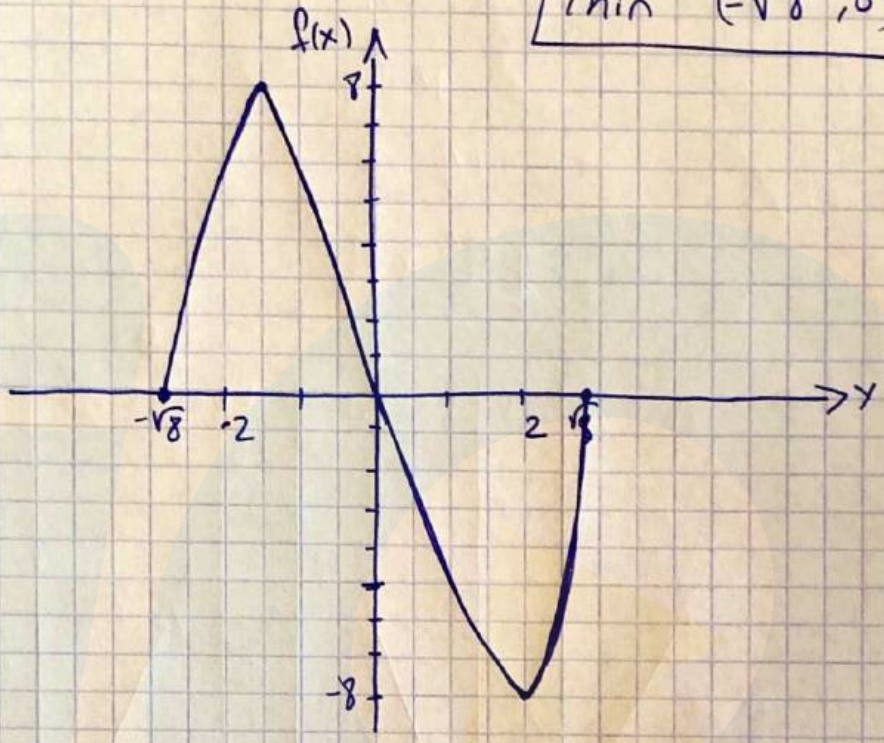
$\boxed{\text{Min } (2,-8)}$

$\boxed{\text{Max } (-2,8)}$

$\boxed{\text{Max } (\sqrt{8},0)}$

$\boxed{\text{min } (-\sqrt{8},0)}$

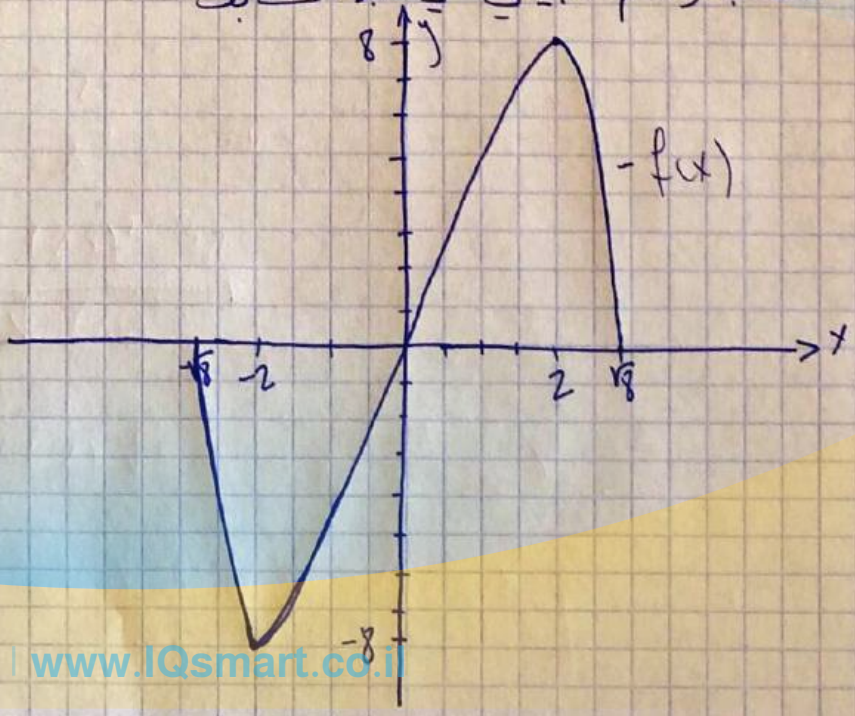
(ب)



(جـ) $-8 < k < 0$ أو $0 < k < 8$

حسب الرسم البياني في البند السابق

(د)



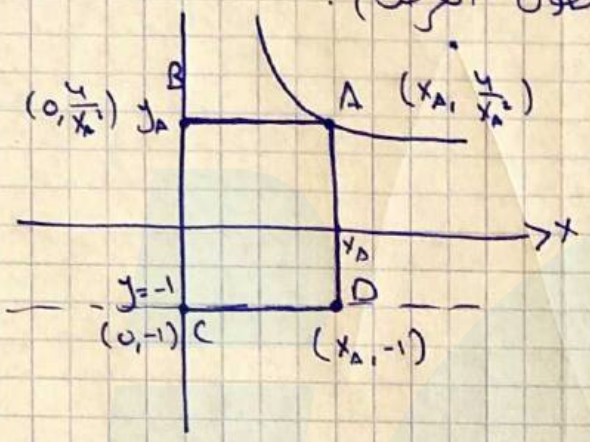
1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

سؤال 8 :-

$$f(x) = \frac{4}{x^2}$$

$A\left(x_A, \frac{4}{x_A^2}\right)$ تقع على الدالة ولذلك الصورة y لها $\frac{4}{x_A^2}$

(P) مساحة المستطيل هي: (الطول · العرض).



$$S_{ABCD} = AB \cdot AD.$$

$$AB = x_A - 0 = \boxed{x_A}$$

$$AD = y_A - y_D = \frac{4}{x_A^2} - (-1)$$

$$\boxed{AD = \frac{4}{x_A^2} + 1}$$

$$S_{ABCD} = x_A \cdot \left(\frac{4}{x_A^2} + 1\right) = \frac{4x_A}{x_A^2} + x_A = \frac{4}{x_A} + x_A$$

$$\boxed{x_A \neq 0}$$

نعرف دالة جديدة: $S_{ABCD} = g(x) = \frac{4 + x_A^2}{x_A}$

$$g'(x) = \frac{2x_A(x_A) - 1(4 + x_A^2)}{x_A^2} = \frac{2x_A^2 - 4 - x_A^2}{x_A^2}$$

$$\boxed{g'(x) = \frac{x_A^2 - 4}{x_A^2}}$$

$$g'(x) = 0$$

$$0 = x_A^2 - 4$$

$$4 = x_A^2$$

$$x_A = \pm 2$$

بما ان x_A هو عبارة عن طول فيلو اذًا بالضرورة الكبر من صفر.

$$\boxed{x_A = 2}$$

1-700-70-66-22 | www.iqsmart.co.il

$$y_A = \frac{4}{x_A^2} = \frac{4}{(2)^2} = 1$$

$$\Rightarrow \boxed{A(2,1)}$$

(ב) $\frac{x_A}{3} = \frac{x_A^2 + 4}{x_A}$

נמצא x_A שעבורו המרחק
יהיה שווה לשליש המרחק

$$3x_A = x_A^2 + 4$$

$$0 = x_A^2 - 3x_A + 4$$

$$\frac{3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 4}}{2} =$$

$$\frac{3 \pm \sqrt{-7}}{2} = \emptyset$$

אין פתרון ממשי, כלומר אין
נקודה A בגרף שעבורה המרחק
מהמוקד יהיה $\frac{1}{3}$.

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il