حل نموذج بجروت

804-481

موعد شتاء 2020

طاقم الرياضيات

معهد IQ

حل بجروت شتاء 2020
نموذج 481 (803)

حل سؤال 1

أ) حسب المعطيات سعر تذكرة الدخول للمتحف للكبير هي x
وهي تشكل ضعف سعر تذكرة الدخول للمتحف للصغير
لذلك سعر تذكرة الدخول للصغير هي نصف سعر الدخول للكبير اي $\frac{x}{2}$

$\boxed{\text{إذا سعر تذكرة الدخول للمتحف للصغير } \frac{x}{2}}$

سعر تذكرة الطالب الجامعي **أقل** ب 25% من سعر تذكرة الدخول للمتحف للكبير
لذلك فهي تشكل $75\% x$ او $0.75x$

$\boxed{\text{إذا سعر تذكرة دخول الطالب الجامعي } 0.75x}$

ب) يوم الاحد زار المتحف كبار فقط لذلك كل واحد منهم دفع x شيكل تذكرة دخول وبالمجموع دفعوا 1560 شيكل
ولذلك اذا زار المتحف y اشخاص كبار وكل واحد دفع x شيكل
اذا بالمجموع دفعوا $x\cdot y=1560$ وهذه هي المعادلة الاولى.

$$\boxed{I:\ x\cdot y=1560}$$

يوم الاثنين زار المتحف طلاب جامعيين وصغار فقط
حسب المعطيات عدد الصغار كان أكبر ب 16 من عدد الكبار الذين زاروا المتحف يوم الاحد اي عددهم $y+16$.
وكذلك عدد الطلاب الجامعيين الذين زاروا المتحف كان اقل ب 2 من عدد الصغار أي عددهم $y+16-2 \leftarrow y+14$
نرتب المعطيات بخصوص يوم الاثنين في جدول:

	عدد الزائرين	ثمن التذكرة	المدخول
الأحد	y	x	$x\cdot y=1560$
الاثنين صغار	$y+16$	$\frac{x}{2}$	$\frac{x}{2}(y+16)$
الاثنين طلاب جامعيين	$y+14$	$0.75x$	$0.75x(y+14)$

$I\ x\cdot y=1560 \leftarrow$

المدخول يوم الاثنين 2912

$II\ \frac{x}{2}(y+16)+0.75(y+14)=2912$

1-700-50-66-22 | www.IQsmart.co.il

إذا حصلنا على معادلتين بمتغيرين

مدخول يوم الأحد I $x\cdot y = 1560$

مدخول يوم الاثنين II $\frac{x}{2}(y+16)+0.75x(y+14)=2912$

نبسط المعادلة II:

$$\frac{xy}{2}+\frac{16x}{2}+0.75\,x\cdot y+10.5x=2912$$

بما انه من المعادلة الأولى $1560=xy$

اذاً نعوض 1560 في المعادلة الثانية مكان $x\cdot y$ ونحصل على:-

$$\frac{1560}{2}+8x+0.75(1560)+10.5x=2912$$

$$780+8x+1170+10.5x=2912$$

$$18.5x=2912-780-1170$$

$$18.5x=962 \Longrightarrow x=\frac{962}{18.5}=52$$

اي $\boxed{x=52}$ $\boxed{\text{وسعر التذكرة للكبير هو 52 شيكل}}$

ب) نجد y:

$$x\cdot y=1560$$

$$52\cdot y=1560 \to y=\frac{1560}{52}=30$$

اذا عدد الزوار يوم الأحد كان 30 زائر.

في يوم الاثنين عدد الزائرين الصغار كان $y+16 \leftarrow 30+16 \leftarrow 46$

وعدد الزائرين الطلاب الجامعيين كان $y+14 \leftarrow 30+14 \leftarrow 44$

وبالمجموع عدد الزائرين يوم الاثنين كان $46+44=90$ زائر.

اي عدد الزائرين الكلي يوم الاثنين زاد ب $90-30=60$

وهذا بنسبة $\frac{60}{30}\cdot 100\% = 200\%$

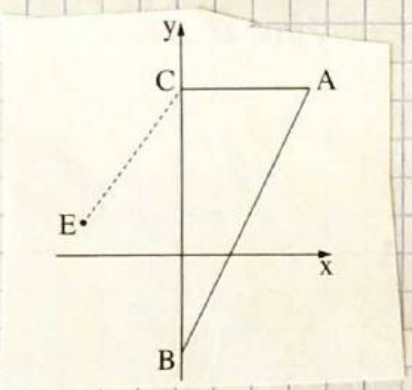
اي الزيادة يوم الاثنين في عدد الزائرين كان بنسبة 200%

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

حل سؤال 2

أ. بحسب المعطيات معادلة CA هي $y=5$
وبالتالي احداثيات النقطة C هي $(0,5)$

$\boxed{\text{اذاً } C(0,5)}$



النقطة A تقع على المستقيم BA الذي معادلته
هي: $y=2x-3$
الاحداثي y للنقطة A هو 5 اي هي من
الصورة $A:(x_A,5)$ وبما انها تقع على المستقيم BA إذاً تحقق
معادلته, نعوض $y=5$ في معادلة المستقيم BA:

$$5=2x-3 \Longrightarrow 5+3=2x \Longrightarrow 8=2x$$

$\boxed{4=x}$ اذاً $\boxed{A:(4,5)}$

النقطة B هي تقاطع المستقيم BA مع المحور y أي $B:(0,-3)$

$\boxed{\text{اذاً: } A(4,5) \quad B:(0,-3) \quad C:(0,5)}$

ب. بحسب المعطيات, الاحداثي y للنقطة E هو 1 وطول القطعة CE
هو 5 وحدات اذاً $E(x_E,1)$ $C:(0,5)$ و $CE=5$

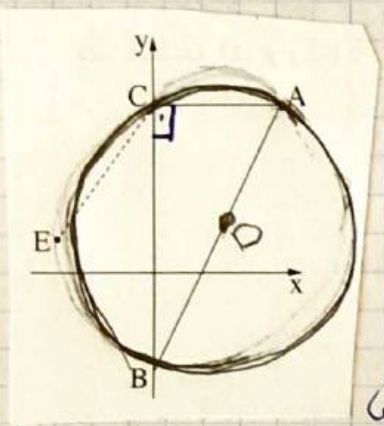
$$CE=\sqrt{(x_E-0)^2+(5-1)^2}=5 \Longrightarrow \sqrt{x_E^2+4^2}=5$$

تربيع الطرفين:

$$x_E^2+16=25 \Longrightarrow x_E^2=25-16=9$$

$$x_E^2=9 \quad \begin{cases} x_E=3 & \text{غير ممكن} \\ x_E=-3 \end{cases}$$

بما ان x_E سالب اذاً الاجابة الملائمة هي $x_E=-3$ و $\boxed{E:(-3,1)}$



ب) الدائرة التي تحصر المثلث ABC , ستكون الزاوية C زاوية محيطية. وبما ان $\measuredangle C=90°$ (لأن AC موازي للمحور x) اذاً AB هو قطر الدائرة وبالتالي مركز الدائرة D سيقع على AB و D ستكون منتصف AB.

نجد احداثيات D بواسطة احداثيات منتصف قطعة:-

$$x_D=\frac{x_A+x_B}{2} \qquad y_D=\frac{y_A+y_B}{2}$$

$$x_D=\frac{4+0}{2}=2 \qquad y_D=\frac{5+(-3)}{2}=1$$

اذاً: $D(2,1)$

نعوض النقاط B و D بالصورة العامة لمعادلة دائرة ونجد R^2.

الصورة العامة لمعادلة دائرة هي:

$$(x-x_m)^2+(y-y_m)^2=R^2$$

نعوض $B(0,-3)$ و $D(2,1)$ ←

$$(0-2)^2+(1-(-3))^2=R^2$$

$$(-2)^2+(4)^2=R^2 \Longrightarrow 4+16=R^2 \longrightarrow \boxed{20=R^2}$$

اذاً المعادلة:

$$\boxed{(x-2)^2+(y-1)^2=20}$$

ت. نعوض النقطة E ونفحص هل تحقق معادلة الدائرة أم لا

واين تقع: $E(-3,1)$

$$(-3-2)^2+(1-1)^2 \overset{?}{=} 20$$

$$(-5)^2+0^2 \; ? \; 20$$

$$25>20$$

بما ان $25>20$ اذاً E تقع خارج الدائرة.

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

حل سؤال 3

ع1 حسب المعطيات السؤال نفهم انه تم تصنيف طلاب الحادي عشر في مدرسة كبيرة الى طلاب ذكور وطلاب اناث وممن خرج الى الرحلة وممن لم يخرج الى الرحلة. وبالتالي سنحل السؤال بواسطة جدول ثنائي الابعاد: وترتيب المعطيات داخله...

	خرجوا الى الرحلة	لم يخرجوا للرحلة	
ذكور (اولاد)	$0.75p$ (3)		p (2)
إناث	$\frac{5}{6}(1-p)$ (4)		$1-p$ (2)
	80% 0.8	(1) 20% 0.2	

شرح للجدول

(1) حسب المعطيات 80% من طلاب الحادي عشر خرجوا الى الرحلة لذلك الباقين 20% لم يخرجوا الى الرحلة

(2) نفرض ان احتمال اختيار ذكر في صف الحادي عشر هو p
اذاً احتمال اختيار انثى هو $(1-p)$

(3) حسب المعطيات 0.75 من الذكور (الاولاد) خرجوا الى الرحلة
اي انه في المربع الذي يعبر عن الذكور الذين خرجوا للرحلة الاحتمال هو $0.75p$

(4) حسب المعطيات $\frac{5}{6}$ الاناث (البنات) خرجن للرحلة لذلك في المربع الذي يعبر عن الاناث اللواتي خرجن للرحلة سيكون الاحتمال $\frac{5}{6}(1-p)$

بعد ترتيب المعطيات في الجدول يمكننا ان نجد p :-
بما أن الذين خرجوا للرحلة هم 0.8 طلاب الحادي عشر ويتوزعون بين ذكور واناث لذلك يتحقق :-

$$0.75p + \frac{5}{6}(1-p) = 0.8 \Rightarrow \frac{3}{4}p + \frac{5}{6} - \frac{5}{6}p = 0.8$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4}p - \frac{5}{6}p = 0.8 - \frac{5}{6} \Rightarrow -\frac{1}{12}p = -\frac{1}{30} \Rightarrow p = \frac{12}{30} = 0.4$$

اذاً: احتمال اختيار ذكر خرج الى الرحلة هو: $0.75 \cdot 0.4 \Rightarrow 0.3$
وبالتالي احتمال اختيار بنت خرجت للرحلة هو: $0.8 - 0.3 = 0.5$

إجابات نهائية: $\boxed{1.أ \quad 0.2}$ $\boxed{2.ب \quad 0.5}$

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

ب) الاحتمال المطلوب في البند (ب) هو احتمال مشروط:

$$P\left(\text{اختيار بنت} \,\middle|\, \text{اخترنا طالب خرج للرحلة}\right) = \frac{P\left(\text{اختيار بنت} \cap \text{اختيار طالب خرج للرحلة}\right)}{P\left(\text{اختيار طالب خرج للرحلة}\right)} \underset{\text{بحسب نتائج الجدول}}{=} \frac{0.5}{0.8} = \frac{5}{8}$$

	خرج للرحلة	لم يخرج للرحلة	
ذكر	$0.75 \cdot 0.4$ $\boxed{0.3}$	$0.4 - 0.3$ $\boxed{0.1}$	0.4
انثى	$\frac{5}{6} \cdot 0.6$ $\boxed{0.5}$	$0.6 - 0.5$ $\boxed{0.1}$	0.6
	0.8	0.2	

اذاً الاحتمال لاختيار بنت خرجت الى الرحلة اذا علمنا اننا اخترنا طالب خرج للرحلة هو $\frac{5}{8}$.

ج. الاحتمال لاختيار 3 ذكور بالضبط من بين ال 5 الذين اخترناهم بحيث يكونوا الثلاثة خرجوا للرحلة هو:

$$\binom{5}{3} \cdot (0.3)^3 \cdot (0.7)^2 = 10 \cdot (0.027) \cdot (0.49) = 0.1323$$

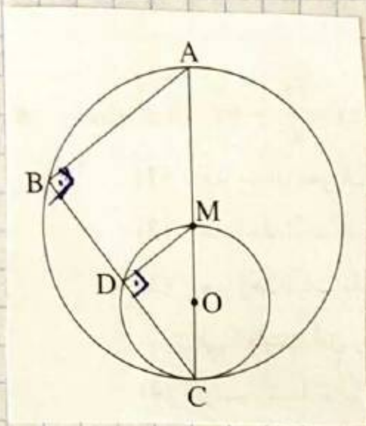
$\binom{5}{3}$: عدد الامكانيات المختلفة لاختيار 3 من بين 5

$(0.3)^3$: احتمال اختيار ذكر خرج للرحلة

$(0.7)^2$: احتمال اختيار طالب ليس ذكر الذي خرج للرحلة

اذاً الاحتمال لاختيار 3 ذكور بالضبط من بين 5 طلاب من طبقة الحادي عشر بحيث يكونوا الثلاثة قد خرجوا للرحلة هو 0.1323

حل سؤال 4



أ. 1. $\measuredangle ABC$ محيطية في الدائرة التي مركزها M

ومقابلة للقطر لذلك $\measuredangle ABC=90$

2. $\measuredangle MDC$ محيطية في الدائرة التي مركزها O

ومقابلة للقطر CM لذلك $\measuredangle MDC=90^\circ$

3. بالاعتماد على ① و② $\measuredangle ABC = \measuredangle MDC = 90^\circ$

$\boxed{\text{وهو المطلوب أ.1}}$

أ.2 4. $\measuredangle C=\measuredangle C$ مشتركة للمثلثين

5. بحسب أ.1 $\measuredangle ABC = \measuredangle MDC=90^\circ$

اذاً $\Delta ABC \sim \Delta MDC$ حسب (ز,ز)

ونسبة التشابه هي $\frac{AC}{MC} = \frac{2}{1}$ (قطر الدائرة O (MC) هو نصف قطر الدائرة M)

$\boxed{\text{وهو المطلوب أ.2}}$

ب.1 بحسب (أ.2) $\Delta ABC \sim \Delta MDC$ ونسبة التشابه تتحقق :-

$$\frac{DC}{CB} = \frac{AC}{MC} = \frac{DM}{AB} = \frac{1}{2}$$

اذاً $DM=\frac{1}{2}AB$ وكذلك $DM \parallel AB$ لأن $\measuredangle ABC=\measuredangle MDC$ ومتناظرة

اذاً بحسب النظرية :-

المستقيم الموازي لأحد أضلاع مثلث ويساوي لنصف طوله هو قاعدة وسطى في المثلث.

$\boxed{\text{وهو المطلوب ب.1}}$

ب.2 النسبة بين مساحات المثلثات المتشابهة هي تربيع نسبة التشابه وبما أن $\frac{AB}{DM} = 2$ اذاً $\frac{S_{ABC}}{S_{DMC}} = 2^2=4$

$\boxed{\text{اذا مساحة المثلث ABC 4 أضعاف مساحة MDC}}$

ج. بما أن $DM=2.4$ لذا اذاً $AB=2\cdot(2.4) \Leftarrow \boxed{AB=4.8}$

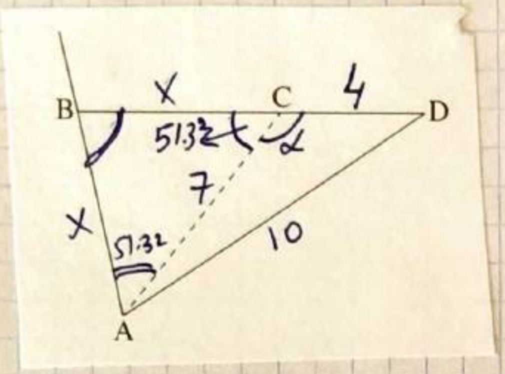
وبما أن $r_0=2$ اذاً $CM=4$ و $AC=8$

وبحسب فيثاغورس في ΔABC: $AC^2=AB^2+BC^2$; $8^2=(4.8)^2+BC^2$ (64, 23.04)

$\longrightarrow BC^2 = 64-23.04 = 40.96 \longrightarrow BC=\sqrt{40.96} = 6.4$ $\boxed{BC=6.4}$

1-700-70-66-22 | www.iQsmart.co.il

حل سؤال 5



أ- نفرض $\measuredangle ACD = \alpha$

بحسب قانون ال cos يتحقق:

$$AD^2 = AC^2 + CD^2 - 2AC\cdot CD\cdot \cos\alpha$$

$$10^2 = 7^2 + 4^2 - 2\cdot 7\cdot 4\cdot \cos\alpha$$

$$100 = 49+16-56\cos\alpha$$

$$100-49+16 = -56\cos\alpha$$

$$35 = -56\cos\alpha$$

$$\frac{35}{-56} = \cos\alpha$$

$$\boxed{128.68^\circ = \alpha}$$

$$\boxed{\measuredangle ACD = 128.68^\circ}$$

ب) نفرض $AB=BC=X$ اي ان المثلث ABC متساوي الساقين

وبالتالي: $\measuredangle ACB = \measuredangle BAC$

$$\measuredangle ACB = 180-\alpha = 180-128.68^\circ$$

$$\measuredangle ACB = 51.32^\circ$$

يعني $\measuredangle BAC = \measuredangle ACB = \measuredangle 51.32$ (انظر الرسم)

وبالتالي $\measuredangle B = 180 - 2\cdot(51.32)$

$$\measuredangle B = 77.36^\circ$$

بحسب قانون ال sin يتحقق: (بالمثلث ABC)

$$\frac{7}{\sin\measuredangle B} = \frac{\overset{AB}{X}}{\sin\measuredangle BAC} \Rightarrow \frac{7}{\sin 77.36^\circ} = \frac{X}{\sin 51.32^\circ}$$

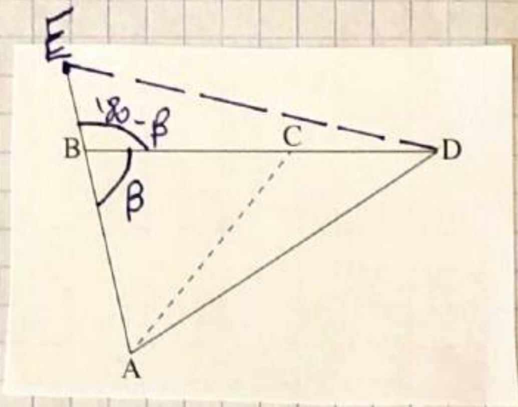
$$\Rightarrow X = \frac{7\cdot\sin 51.32}{\sin 77.36} \Rightarrow X = 5.6$$

يعني $AB=BC=5.6$ وبالتالي $\boxed{BD=9.6}$

مساحة المثلث ABC $S_{\Delta ABC} = \frac{AB\cdot BD}{2}\cdot\sin\measuredangle B = \frac{5.6\cdot(9.6)}{2}\cdot\sin 77.36^\circ =$

$$\boxed{S_{\Delta ABC} = 26.23}$$

1-700-70-66-22 | www.iQsmart.co.il



$$\text{مساحة المثلث } ABD = \frac{AB \cdot BD}{2} \cdot \sin\beta$$

$$\text{مساحة المثلث } EBD = \frac{AB \cdot BE}{2} \cdot \sin(180-\beta)$$

بما ان $\sin(180-\beta) = \sin\beta$

لذلك: $\text{مساحة المثلث } EBD = \frac{EB \cdot BD}{2} \cdot \sin\beta$

تقسم مساحة ABD على مساحة EBD

$$\frac{S_{\Delta ABD}}{S_{\Delta EBD}} = \frac{\frac{AB \cdot \cancel{BD}}{\cancel{2}} \cancel{\sin\beta}}{\frac{EB \cdot \cancel{BD}}{\cancel{2}} \cdot \cancel{\sin(180-\beta)}} = \frac{AB}{EB} = 4$$

بما ان مساحة ΔEBD تشكل $\frac{1}{4}$ مساحة ABD أي أن مساحة ABD 4 أضعاف مساحة EBD لذلك $\frac{AB}{EB} = 4$

$$\frac{5.6}{EB} = 4 \Longrightarrow \frac{5.6}{4} = EB \Longrightarrow \boxed{1.4 = EB}$$

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

حل سؤال 6

$$f(x)=\frac{3}{x^2}-6x$$

أ.1 مجال تعريف الدالة هو $x\neq 0$

أ.2 لكي نجد النقاط القصوى يجب أن نجد النقاط القصوى للمشتقة أي أن نجد متى يتحقق $f'(x)=0$

لكي نجد الـ f' سنكتب الدالة بصورة أخرى

$$f(x)=3\cdot x^{-2}-6x \Rightarrow f'(x)=3(-2)\cdot x^{-2-1}-6\cdot 1$$

$$\Rightarrow f'(x)=-6x^{-3}-6$$

اذاً:

$$\boxed{f'(x)=-6x^{-3}-6}$$

$$f'(x)=0 \Rightarrow -6x^{-3}-6=0 \Rightarrow -6x^{-3}=6 \Rightarrow x^{-3}=\frac{6}{-6}=-1$$

$$x^{-3}=-1 \Rightarrow \frac{1}{x^3}=-1 \Rightarrow \frac{1}{-1}=x^3 \Rightarrow -1=x^3 \Rightarrow \boxed{-1=x}$$

اذاً $x=-1$ نقطة قصوى.

ملاحظة: كان من الممكن ايجاد مشتقة $\frac{3}{x^2}$ كدالة حاصل قسمة..

نصنف النقطة $x=-1$ بواسطة جدول

x	$x<-1$ ($x=-2$)	-1	$-1<x<0$ ($x=-\frac{1}{2}$)	0	$x>0$ ($x=1$)
$f'(x)$	$f'(-2)$ $-$	0	$f'(-\frac{1}{2})$ $+$	?	$f'(1)$
$f(x)$	↘	$x=-1$ min	↗	?	↘

$$f'(-2)=-6\cdot(-2)^{-3}-6$$
$$=-6\left(\frac{-1}{8}\right)-6=-5.25<0$$

$$f'\left(-\frac{1}{2}\right)=-6\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}-6=42>0$$

$$f'(1)=-6(1)^{-3}-6=-12<0$$

نجد الاحداثي y للنقطة القصوى

$$f(-1)=\frac{3}{(-1)^2}-6\cdot(-1)=3+6=9$$

اذاً $(-1,9)$ نقطة مينيمام

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

3.أ تقاطع مع المحاور:

$\boxed{f(x) = \frac{3}{x^2} - 6x}$ مع المحور ~~X~~: تعوّض $y=0$

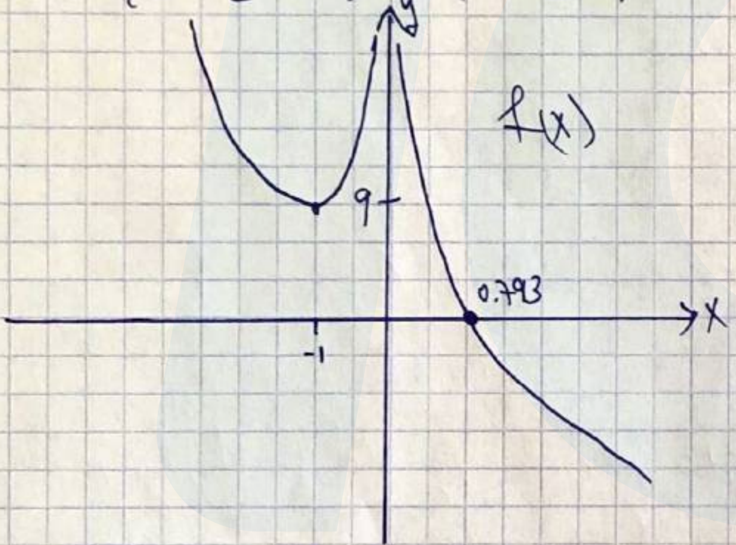
$0 = \frac{3}{x^2} - 6x \xrightarrow{\cdot x^2} 0 = 3 - 6x^3 \Rightarrow 6x^3 = 3 \to x^3 = \frac{1}{2}$

$x = \sqrt[3]{\frac{1}{2}} \Rightarrow \boxed{x = 0.793}$

نقطة التقاطع مع ~~X~~ $(0.793,0)$

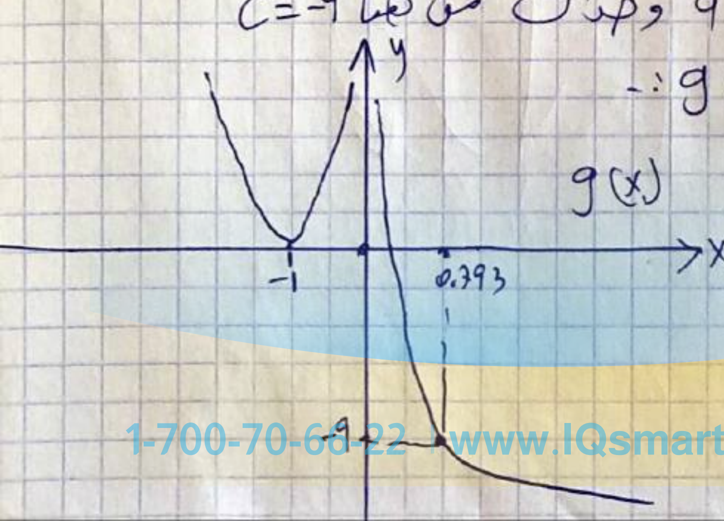
لا يوجد تقاطع مع المحور y لأن الدالة غير معرفة في $x=0$

4.أ لكي نرسم الرسم البياني للدالة نكتب كل نقاط البحث التي توصلنا اليها بخصوص الدالة:



أ. مجال تعريف الدالة $x \neq 0$
ب $(-1,9)$ نقطة نهاية
ج. تقاطع مع X $(0.793,0)$
د. ~~الدالة~~ لا يوجد تقاطع تقاطع مع y
هـ. الدالة تنازلية في المجال $x>0$

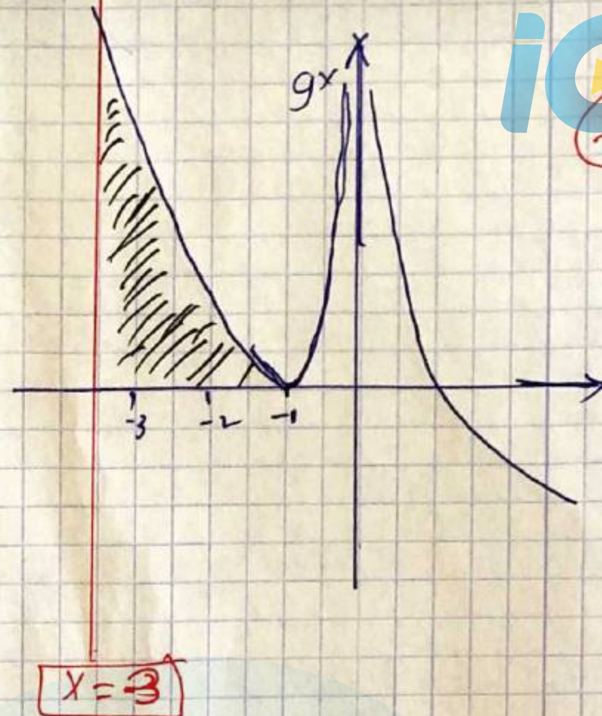
ب.1 $g(x) = f(x) + c$ وبما أن النقطة القصوى تقع على المحور X
اذاً g عبارة عن ازاحة إلى الأسفل بحيث النقطة القصوى لـ g $(-1,0)$
اي عمليًا ازاحة الى الاسفل 9 وحدات من هنا $c=-9$
وبحسب هذا يمكننا رسم الدالة g:



ب.2 $\Longleftarrow$

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

المساحة المحصورة بين الدالة والمحور X والمستقيم X=-3 هي المساحة المخطط بالرسم وهذه المساحة عبارة عن



$$\int_{-3}^{-1} \boxed{g(x)}\, dx = \int_{-3}^{-1} f(x) - 9\, dx$$

$$= \int_{-3}^{-1} \frac{3}{x^2} - 6x - 9\, dx = \int_{-3}^{-1} 3x^{-2} - 6x - 9\, dx$$

$$\left[3\cdot\frac{x^{-2+1}}{-2+1} - \frac{6x^2}{2} - 9x\right]_{-3}^{-1} = \left[-3x^{-1} - 3x^2 - 9x\right]_{-3}^{-1} = \left[\frac{-3}{x} - 3x^2 - 9x\right]_{-3}^{-1}$$

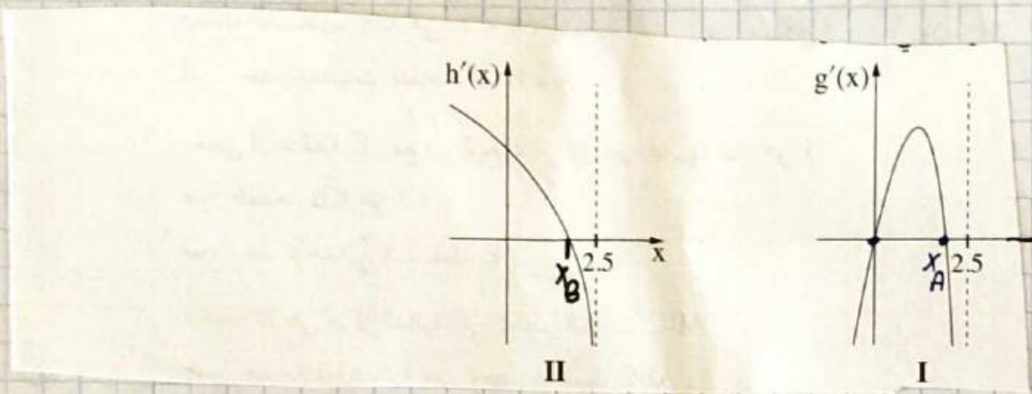
$$\Longrightarrow \left[\frac{-3}{-1} - 3\cdot(-1)^2 - 9(-1)\right] - \left[\frac{-3}{-3} - 3(-3)^2 - 9\cdot(-3)\right]$$

$$\left[\underbrace{3-3+9}_{9}\right] - \left[\underbrace{1-27+27}_{1}\right] = 9 - 1 = 8$$

اذا المساحة المحصورة بين الدالة والمحور X والمستقيم X=-3 هي: 8 وحدات مساحة.

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

حل سؤال 7

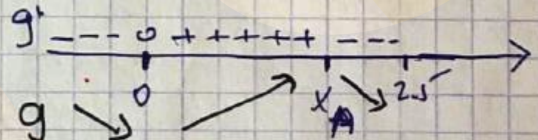


أ. نقطة قصوى للدالة هي نقطة صفرية للمشتقة بحيث تكون إشارة المشتقة قبل النقطة الصفرية وبعدها مختلفة.

للدالة $g(x)$

يوجد نقطتين قصويتين في المجال $x<2.5$

النقطة الأولى $x=0$ بحيث تكون المشتقة ~~الشكل~~ $x<0$ سالبة أي لكل $x<0$ الدالة تنازلية وفي المجال $0<x<x_A$ ~~...~~ المشتقة موجبة أي الدالة تصاعدية وبالتالي $x=0$ هي نقطة מינימום

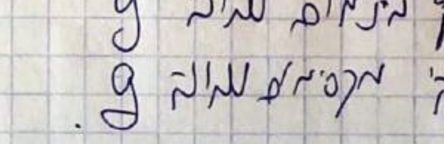


في النقطة x_A المشتقة تساوي صفر. وفي المجال $0<x<x_A$ المشتقة موجبة أي الدالة تصاعدية وفي المجال $x_A<x<2.5$ المشتقة سالبة أي الدالة تنازلية وبالتالي x_A هي نقطة מקסימום للدالة g.

للتلخيص: $x=0$ نق' מינימום للدالة g

$x=x_A$ نق' מקסימום للدالة g.

بالنسبة للدالة $h(x)$



x_B هي نقطة מקסימום للدالة $h(x)$

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

$f(x) = 3 + x^2 \cdot \sqrt{5-2x}$ معرفة في المجال $x < 2.5$

$$f'(x) = 0 + 2x \cdot \sqrt{5-2x} + x^2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{5-2x}} \cdot (-2)$$

$$f'(x) = 2x\sqrt{5-2x} - \frac{\cancel{2}x^2}{\cancel{2}\sqrt{5-2x}}$$

$$\boxed{f'(x) = 2x\sqrt{5-2x} - \frac{x^2}{\sqrt{5-2x}}}$$

$$f'(x) = 2x\sqrt{5-2x} - \frac{x^2}{\sqrt{5-2x}} = 0$$

$$\sqrt{5-2x} \,/\, 2x\sqrt{5-2x} = \frac{x^2}{\cancel{\sqrt{5-2x}}} \,/\, \cancel{\sqrt{5-2x}}$$

$$2x \cdot \sqrt{5-2x} \cdot \sqrt{5-2x} = x^2$$

$$2x(5-2x) = x^2 \Longrightarrow 10x - 4x^2 = x^2$$

$$\Longrightarrow 10x - 5x^2 = 0 \Longrightarrow 5x(2-x) = 0$$

$$5x = 0 \qquad 2 - x = 0$$

نقاط قصوى. $\boxed{x = 0}$ $\boxed{2 = x}$

نصنف نوع النقاط القصوى بحسب جدول

x	$x<0$ $x=-1$	0	$0<x<2$ $x=1$	2	$2<x<2.5$ $x=2.2$	2.5
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$\searrow$	$x=0$ min	$\nearrow$	$x=2$ max	$\searrow$	min קצה

$$f'(-1) = 2(-1) \cdot \sqrt{5-2(-1)} - \frac{(-1)^2}{\sqrt{5-2(-1)}}$$

$$f'(-1) = -2\sqrt{7} - \frac{1}{\sqrt{7}} < 0$$

$$f'(1) = 2(1) \cdot \sqrt{5-2(1)} - \frac{(1)^2}{\sqrt{5-2(1)}} = 2\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}} > 0$$

$$f'(2.2) = 2(2.2) \cdot \sqrt{5-2(2.2)} - \frac{(2.2)^2}{\sqrt{5-(2.2)\cdot 2}} = 4.4 \cdot \sqrt{0.6} - \frac{4.84}{\sqrt{0.6}} < 0$$

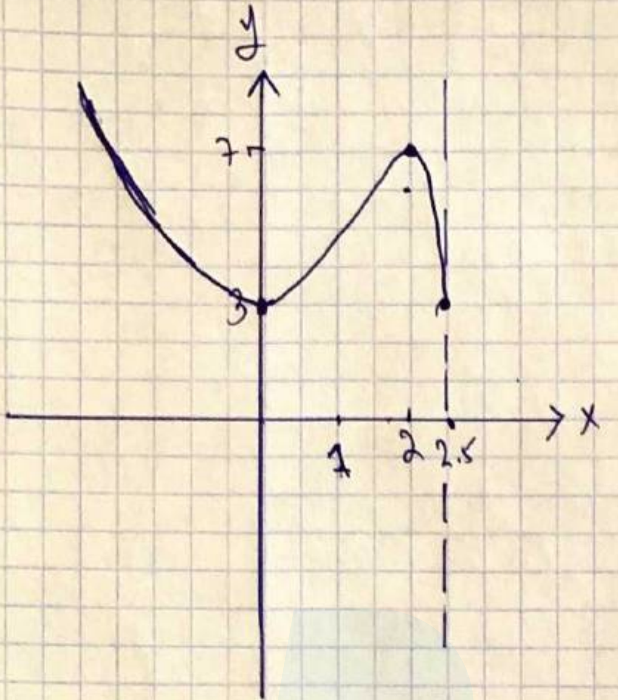
نجد احداثي y للنقاط القصوى

$$f(0) = 3 + 0^2 \cdot \sqrt{5-2\cdot 0} = 3$$

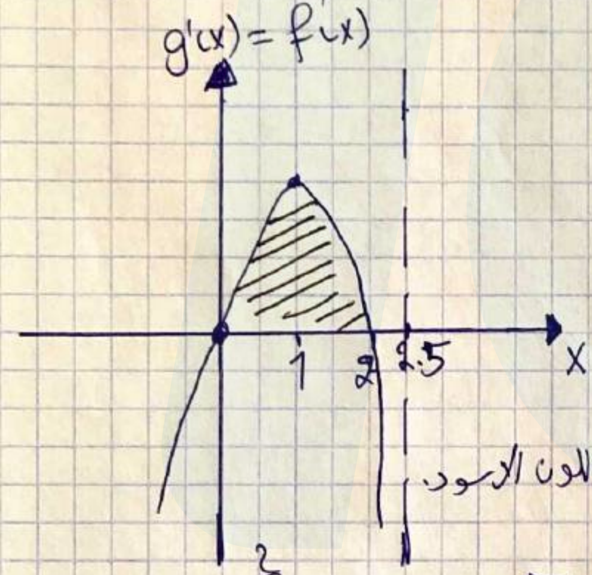
$$f(2) = 3 + 2^2 \cdot \sqrt{5-2\cdot 2} = 7$$

$(0,3)$ min $\quad$ $(2,7)$ max $\quad$ $(2.5, 3)$ מינימום קצה

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il



(د) بما أنه للدالة يوجد نقطتين قصويتين لذلك الرسم البياني الذي يلائم مشتقة الدالة $f(x)$ هو رسم I الذي فيه للمشتقة نقطتين صفريتين.



(هـ) النقطتين الصفريتين للمشتقة هما

$x_1 = 0 \qquad x_2 = 2$

المساحة المحصورة بين الرسم البياني للمشتقة والمحور X في الربع الاول هي المساحة المخطط باللون الاسود.

وهذه المساحة هي:

$$\int_0^2 f'(x)\,dx = \Big[f(x)\Big]_0^2 = \Big[3 + x^2\cdot\sqrt{5-2x}\Big]_0^2$$

$$= \underbrace{\Big[3+2^2\cdot\sqrt{5-2\cdot 2}\Big]}_{7} - \underbrace{\Big[3+0^2\cdot\sqrt{5-2\cdot 0}\Big]}_{3} = 4$$

إذاً المساحة المحصورة بين الرسم البياني لـ $f'(x)$ والمحور X في الربع الاول هي 4 وحدات مساحة.

حل سؤال 8

أ) $f(x)=-x^2+4x$

النقطة C تقع على المحور x لذلك $y_c=0$ ، $C(x_c,0)$

نعوض $f(x)=0$:-

$$-x^2+4x=0 \Rightarrow x(-x+4)=0$$

$$x=0 \qquad -x+4=0 \Rightarrow \boxed{4=x}$$

اذًا $C(4,0)$

ب) لأن الدالة $f(x)$ هي دالة تربيعية فيها مجموع الاحداثيين x للنقاط الصفرية هو 4 ، $[0+4=4]$
وبالتالي اذا كان x_m و x_n نقطتان على الرسم البياني للدالة
ويتحقق ان $x_m+x_n=4$ اذًا لـ x_m و x_n يوجد
نفس الاحداثي y وبالتالي بما ان $x+(4-x)=4$
اذًا لـ A و B يوجد نفس الاحداثي y وهذا معناه
ان المستقيم AB موازٍ للمحور x

طريقة أخرى

نعوض $(4-x)$ مكان x بالدالة ونبرهن اننا سنحصل
على نفس الـ y كما لو عوّضنا x.

$$f(4-x)=-(4-x)^2+4(4-x) = -[16-8x+x^2]-16-4x$$

$$=-16+8x-x^2-16-4x=-x^2+4x$$

اذًا:

$$\boxed{f(4-x)=-x^2+4x=f(x)}$$

وبالتالي AB موازٍ للمحور x لانه لـ A و B يوجد
نفس الاحداثي y .

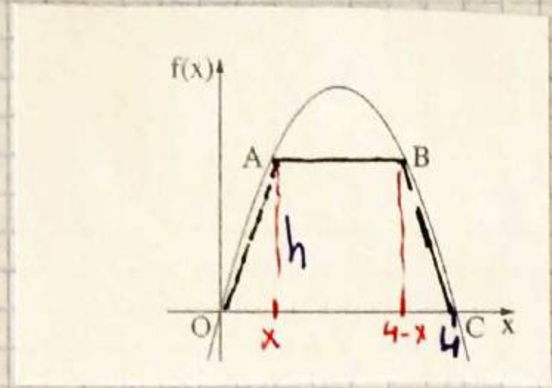
مساحة شبه المنحرف هي :-

$$S_{OABC}=\frac{(AB+OC)\cdot h}{2}$$

$$OC=4$$

$$AB=(4-x)-x=4-2x$$

$$h=f(x_A)=-x_A^2+4x_A$$



اذاً دالة المساحة التي تُعبّر عن مساحة شبه المنحرف هي :-

$$S(x)=\frac{(\overbrace{4-2x_A}^{AB}+\overbrace{4}^{OC})\cdot(\overbrace{-x_A^2+4x_A}^{h})}{2}=\frac{(8-2x_A)(-x_A^2+4x_A)}{2}$$

$$=\frac{\cancel{2}(4-x_A)(-x_A^2+4x_A)}{\cancel{2}}=-4x_A^2+x_A^3+16x_A-4x_A^2$$

دالة مساحة شبه المنحرف $S(x)=x_A^3-8x_A^2+16x_A$

$$S'(x)=3x_A^2-16x_A+16=0$$

وهذه معادلة تربيعية نحلها حسب الدستور نحصل على

$$x_{A_1}=4 \qquad x_{A_2}=\frac{4}{3}$$

نصنف النقاط بحسب جدول

x	0	$\frac{4}{3}$	2	4	5
$S'(x)$	+	0	-	0	+
$S(x)$	↗	max	↘	min	↗

$S(0)=16>0$

$S(2)=3(2)^2-16\cdot2+16<0$

$S(5)=3\cdot5^2-16\cdot5+16>0$

$\boxed{\text{اذا مساحة شبه المنحرف تكون اكبر ما يمكن عندما يكون } x_A=\frac{4}{3}}$