حل نموذج بجروت

(804)-481

موعد (ב)-صيف 2018

www.IQsmart.co.il

معهد IQ

بكروت 804 , صيف 2018 موديل ب :

السؤال الأول :-

(أ) نفرض طول ضلع المربع X ، ومن هنا طول احدى اضلاع المستطيل X أيضًا ، وطول الضلع الآخر $\frac{4}{3}X$.

محيط المستطيل + محيط المربع = طول الخيط الجديد .

$$52a = 4 \cdot X + 2 \cdot X + 2\frac{4}{3}X$$

$$\cdot\frac{3}{}\ 52a = 8\frac{2}{3}X$$

$$\cdot\frac{26}{}\ 26X = 156a$$

$$\boxed{X = 6a}$$

طول احد ضلعي المستطيل

طول الضلع الآخر للمستطيل : $\frac{4}{3} \cdot 6a = \boxed{8a}$

(ب) طول ضلع المربع الجديد : $1.65 \cdot 6a = 9.9a$

طول الخيط الجديد = محيط المربع + محيط المستطيل .

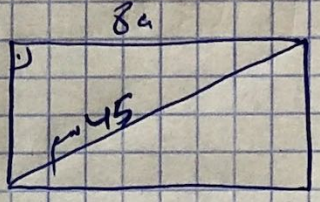
$$\underbrace{26a}_{12a} + \underbrace{28a}_{16a} + \underbrace{4 \cdot 9.9a}_{39.6a} = 67.6a$$

www.iQsmart.co.il

نجد النسبة المئوية التي فيها الخيط الآخر أطول من الخيط الأول ،

$$\frac{67.6a - 52a}{52a} = 0.3 \cdot \frac{100}{1} = \boxed{30\%}$$

(أ)



حسب فيثاغورس نجد طول ضلعي المستطيل :

$$(8a)^2 + (6a)^2 = 45^2$$

$$64a^2 + 36a^2 = 2025$$

$$\cdot\frac{1}{100}\ 100a^2 = 2025$$

$$\sqrt{a^2} = \sqrt{20.25} \longrightarrow \boxed{a = 4.5}$$

מה הם: אורכי צלעות המלבן.

$6a = 6 \cdot 4.5 = \boxed{27}$

$8a = 8 \cdot 4.5 = \boxed{36}$

} אורכי צלעות המלבן

www.IQsmart.co.il

السؤال الثاني :

(أ) بما أن معادلة AB هي $y=6$ ، إذاً $y_A=y_B=6$

وحسب النظرية نصف القطر عامد المماس بنقطة التماس

وبما أن AB موازٍ لمحور x إذاً MA موازٍ لمحور y

وبالتالي $x_A=x_M=4$.

$$\Leftarrow \boxed{A(4,6)}$$

طول AM (نصف قطر الدائرة) : $R=y_A-y_M=6-1=5$

من هنا معادلة الدائرة

$$\boxed{(x-4)^2+(y-1)^2=25}$$

(ب) نعوض $x_C=0$ في معادلة الدائرة ونجد احداثي y_C :

$$(0-4)^2+(y_C-1)^2=25$$

$$16+y_C^2-2y_C+1=25$$

$$y_C^2-2y_C-8=0$$

$$(y_C-4)(y_C+2)=0$$

$\boxed{y_C=4}$ $\boxed{y_C=-2}$

لأن y_C يقع تحت نقطة الأصل

$$\Rightarrow \boxed{C(0,-2)}$$

حسب النظرية نصف القطر عامد المماس بنقطة التماس إذاً $BC \perp MC$

وبالتالي $\text{ميل } BC \cdot \text{ميل } MC = -1$.

نجد ميل MC لكي نجد ميل BC:

$$\text{ميل } MC = \frac{1-(-2)}{4-0} = \frac{3}{4}$$

$$\boxed{\text{ميل } BC = -\frac{4}{3}}$$

www.IQsmart.co.il

من هنا نعوّض النقطة C ونجد BC:

$$y = -\frac{4}{3}x + n$$

$$-2 = -\frac{4}{3}(0) + n$$

$$n = -2 \rightarrow \boxed{y_{BC} = -\frac{4}{3}x - 2}$$

(ب) الشكل الرباعي ABCM هو والتوت:

$AM = CM$ أنصاف أقطار

$AB = BC$ من نقطة خارج الدائرة تخرج مماسان متساويان.

BM يقسم التوت الى مثلثين متطابقين، من هنا مساحة التوت تساوي مرتين مساحة المثلث ABM.

نجد النقطة B:

$y_B = y_A = 6$. نعوّض $y_B = 6$ في معادلة y_{BC} ونجد x_B:

$$\cdot 3 / 6 = -\frac{4}{3}x - 2$$

$$18 = -4x - 6$$

$$24 = -4x / \div -4$$

$$\boxed{x = -6} \Rightarrow \boxed{B(-6, 6)}$$

طول AB: $x_A - x_B = 4 - (-6) = 10$

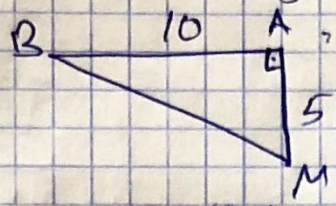
طول AM: $\frac{1}{2}$ نصف القطر.

$$S_{ABCM} = 2 \cdot S_{\triangle ABM} = 2 \cdot \frac{AB \cdot AM}{2} = 10 \cdot 5 = \boxed{50 \text{ وحدة مساحة}}$$

www.iqsmart.co.il

(د) بما أن BCM محاور داخل الدائرة و ∠BCM هي زاوية محيطية قائمة إذاً BM هو قطر الدائرة. (بسبب النظرية الزاوية المحيطية القائمة مقابلة القطر).

إذاً في △ABM:



نجد طول BM حسب فيثاغورس

$$(AB)^2+(AM)^2=(BM)^2$$

$$(10)^2+(5)^2=BM^2$$

$$\sqrt{125}=\sqrt{BM^2}$$

$$BM=\sqrt{125}\approx 11.18$$

$$\frac{BM}{2}=\frac{11.18}{2}=\boxed{5.59}$$ نصف قطر الدائرة الطاهرة

www.IQsmart.co.il

السؤال الثالث :

نفرض عدد الاولاد هو x من هنا عدد البنات 1.25x ، اي مجموع الطلاب هو 2.25x .

75% من الاولاد يسكنون في المدينة

و 40% من البنات يسكنّ خارج المدينة .

نبني جدولاً :

	بنات	اولاد	
يسكن في المدينة	$\frac{5}{9} - \frac{2}{9} = \boxed{\frac{3}{9}}$	$75\% : \frac{4}{9} = \boxed{\frac{1}{3}}$	$\frac{3}{9} + \frac{1}{3} = \boxed{\frac{6}{9}}$
يسكن خارج المدينة	$0.4 \cdot \frac{5}{9} = \boxed{\frac{2}{9}}$	$\frac{4}{9} - \frac{1}{3} = \boxed{\frac{1}{9}}$	$\frac{2}{9} + \frac{1}{9} = \boxed{\frac{3}{9}}$
	$\frac{1.25}{2.25} = \boxed{\frac{5}{9}}$	$\frac{x}{2.25x} = \frac{1}{2.25} = \boxed{\frac{4}{9}}$	1

(أ) من الجدول ، احتمال اختيار ولد يسكن في المدينة هو $\boxed{\frac{1}{3}}$.

(ب) من الجدول :

$$P(\text{يسكن في المدينة} / \text{بنت}) = \frac{P(\text{يسكن في المدينة} \cap \text{بنت})}{P(\text{بنت})}$$

$$= \frac{\frac{3}{9}}{\frac{6}{9}} = \frac{3}{6} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

(ج) $\frac{6}{9}$ من الطلاب يسكن في المدينة اي :

$$\frac{6}{9} \cdot 900 = 600 \text{ طالب}$$

www.iQsmart.co.il

(د) الاحتمال على الاقل ان يكونوا قد اختاروا صناديق يسكنان خارج المدينة هو الاحتمال بانا اختاروا 2 بالزيد صناديق خارج المدينة وايضا جميع الذين تم اختيارهم يسكنون خارج المدينة.

(1) $\binom{3}{2} \cdot \left(\begin{matrix}\text{احتمال ان يكون} \\ \text{صندوق خارج} \\ \text{المدينة}\end{matrix}\right)^2 \cdot \left(\begin{matrix}\text{احتمال} \\ \text{صندوق يكون} \\ \text{المدينة}\end{matrix}\right) = \binom{3}{2}\left(\frac{3}{9}\right)^2\left(\frac{6}{9}\right) = \frac{2}{9}$

(2) $\binom{3}{3} \cdot \left(\begin{matrix}\text{احتمال} \\ \text{الهم يسكنون} \\ \text{خارج المدينة}\end{matrix}\right)^3 \cdot \left(\begin{matrix}\text{احتمال} \\ \text{الهم يسكنون} \\ \text{في المدينة}\end{matrix}\right)^0 = 1 \cdot \left(\frac{3}{9}\right)^3 \cdot \left(\frac{6}{9}\right)^0 = \frac{1}{27}$

$\Rightarrow$ الاحتمال المطلوب $= \frac{1}{27} + \frac{2}{9} = \boxed{\frac{7}{27}}$

www.IQsmart.co.il

السؤال الرابع :

(أ) $\measuredangle EBA = \measuredangle FEA$ بسبب نظرية الزاوية المحصورة بين مماس ووتر مساوية للزاوية المحيطية المقابلة للوتر من الجهة المقابلة.

• بالتبادل $\measuredangle FEA = \measuredangle EDC$

ص هـ م : $\measuredangle FEA = \measuredangle CDE = \measuredangle ABE$

وهو المطلوب

(ب) $\measuredangle GEB = \measuredangle ECD$ بالتبادل

وكذلك $\measuredangle EAB = \measuredangle GEB$ (الزاوية المحصورة بين مماس ووتر مساوية للزاوية المحيطية المقابلة للوتر)

ص هـ م : $\triangle ABE \sim \triangle DCE$ حسب (ز ز) :

(1) $\measuredangle EAB = \measuredangle ECD$

(2) $\measuredangle ABE = \measuredangle CDE$

(3) $\measuredangle BEA$ زاوية مشتركة

(ج) نفرض $\measuredangle EDC = \measuredangle EBA = \alpha$ وكذلك $\measuredangle ECD = \measuredangle EAB = \beta$.

ص هـ م $\measuredangle ADC = 180 - \alpha$ وكذلك $\measuredangle DCB = 180 - \beta$

ص هـ م في الشكل الرباعي ABCD كل زاويتان متقابلتان مجموعهما 180° إذاً يمكن حصره داخل دائرة :

($\measuredangle DCB + \measuredangle DAB = 180^\circ$, $\measuredangle CDA + \measuredangle CBA = 180^\circ$)

(د) $ED = \frac{1}{3} \cdot AB$, $BE = \sqrt{12}$, $CD = \sqrt{4}$

ص الـ[redacted] في البند :

$$\frac{AB}{CD} = \frac{BE}{ED}$$

$$\frac{AB}{4} = \frac{\sqrt{12}}{\frac{1}{3} \cdot AB} \longrightarrow \frac{AB^2}{3} = 48 \longrightarrow \sqrt{144} = \sqrt{AB^2}$$

$$AB = 12$$

$ED = \frac{1}{3} \cdot AB$

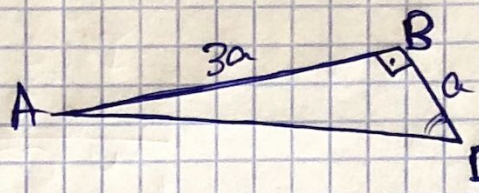
$ED = \frac{1}{3} \cdot 12$

$\boxed{ED = 4}$

www.IQsmart.co.il

السؤال الخامس :

(أ) في $\triangle ADB$:

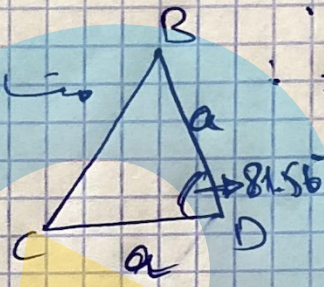


$$\tan(\measuredangle ADB) = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{AB}{DB}$$

$$\tan(\measuredangle ADB) = \frac{3a}{a} = 3$$

$$\boxed{\measuredangle ADB = 71.56^\circ}$$

(ب) في $\triangle BCD$:



مثلث متساوي الساقين

$$\measuredangle CDB = \measuredangle CDA + \measuredangle ADB =$$

$$\measuredangle CDB = 10^\circ + 71.56^\circ = \boxed{81.56^\circ}$$

حسب قانون جيب التمام:

$$BC^2 = BD^2 + CD^2 - 2 \cdot BD \cdot CD \cdot \cos(81.56)$$

$$BC^2 = a^2 + a^2 - 2a^2 \cdot \underbrace{\cos(81.56)}_{0.293}$$

$$\sqrt{BC^2} = \sqrt{1.706\,a^2}$$

$$\boxed{BC = 1.30\,a}$$

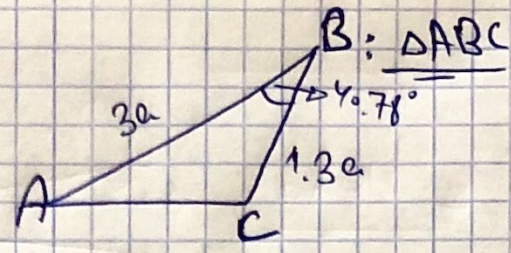
(ج) في أحد المثلثين $\measuredangle CBD$ و $\measuredangle DCB$.

$\triangle BCD$ متساوي الساقين، بالتالي $\measuredangle DCB = \measuredangle CBD = \measuredangle BDC$

$$\frac{180^\circ - 81.56^\circ}{2} = 49.22^\circ$$

$$\measuredangle ABC = \measuredangle B - \measuredangle CBD = 90^\circ - 49.22^\circ = \boxed{40.78^\circ}$$

www.IQsmart.co.il



: נוסחת הקוסינוסים

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2\cdot AB\cdot BC\cdot \cos(\sphericalangle ABC)$$

$$AC^2 = 9a^2 + \underbrace{(1.3a)^2}_{1.69a^2} - \underbrace{2\cdot 3a\cdot 1.3a\cdot \cos(40.78^\circ)}_{-7.8a^2}$$

$$AC^2 = 10.69a^2 - 5.906a^2$$

$$\sqrt{AC^2} = \sqrt{4.7836a^2}$$

$$\boxed{AC = 2.187a}$$

$$S_{\Delta BDC} = \frac{BD\cdot CD\cdot \sin(\sphericalangle CDB)}{2} = 30\ (\text{יח}^2)$$

$$\frac{a\cdot a\cdot \sin(81.56^\circ)}{2} = 30 \quad /\cdot 2$$

$$0.989\cdot a^2 = 60$$

$$\sqrt{a^2} = \sqrt{60.667}$$

$$a = 7.7889$$

$$\boxed{a \simeq 7.79}$$

$$S_{ABDC} = S_{BDC} + S_{\Delta ABC}$$

: $S_{\Delta ABC}$ נציב

$$S_{\Delta ABC} = \frac{AB\cdot BC\cdot \sin(\sphericalangle ABC)}{2} = \frac{3a\cdot 1.3a\cdot \sin(40.78^\circ)}{2} =$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{23.66799\cdot 0.653}{2} = \boxed{77.29 \xrightarrow[\text{עיגול}]{\approx} 77}$$

$$\Rightarrow S_{ABDC} = 30 + 77.29 = \boxed{107.29 \xrightarrow[\text{עיגול}]{\approx} 107}$$

www.iQsmart.co.il

السؤال السادس :

$$f(x)=x^2(x-4)^2$$

① (P) تقاطع $f(x)$ مع محور x : $(x,0)$

$$0=x^2(x-4)^2$$

$$x^2=0 \quad ; \quad (x-4)^2=0$$

$$\boxed{x=0} \qquad \boxed{x=4}$$

تقاطع مع محور y : $(0,y)$

$$f(0)=0\cdot(0-4)=\boxed{0}$$

من هنا : التقاطع مع المحورين :

$$\boxed{(0,0)} \quad \boxed{(4,0)}$$

② (P)

$$f'(x)=2x(x-4)^2+2(x-4)\cdot x^2$$

$$f'(x)=(x-4)\cdot x\left[2(x-4)+2x\right]$$

$$f'(x)=x(x-4)\left[4x-8\right]$$

$$\boxed{f'(x)=4x(x-4)(x-2)}$$

$f'(x)=0$:

$$0=4x(x-4)(x-2)$$

$$\boxed{x=0} \qquad x-4=0 \Rightarrow \boxed{x=4} \qquad x-2=0 \Rightarrow \boxed{x=2}$$

$$f(0)=\underline{0}$$

$$f(4)=\underline{0}$$

$$f(2)=2^2(2-4)^2=\underline{16}$$

www.iQsmart.co.il

	① $x<0$	$x=0$	② $0<x<2$	$x=2$	③ $2<x<4$	$x=4$	⑤ $x>4$
$f'(x)$	−	0	+	0	−	0	+
$f(x)$	↘	min	↗	max	↘	min	↗

$f'(-1) = 4(\overline{-1})(\overline{-1-4})(\overline{-1-2}) = +\cdot-\cdot-\cdot- = -$

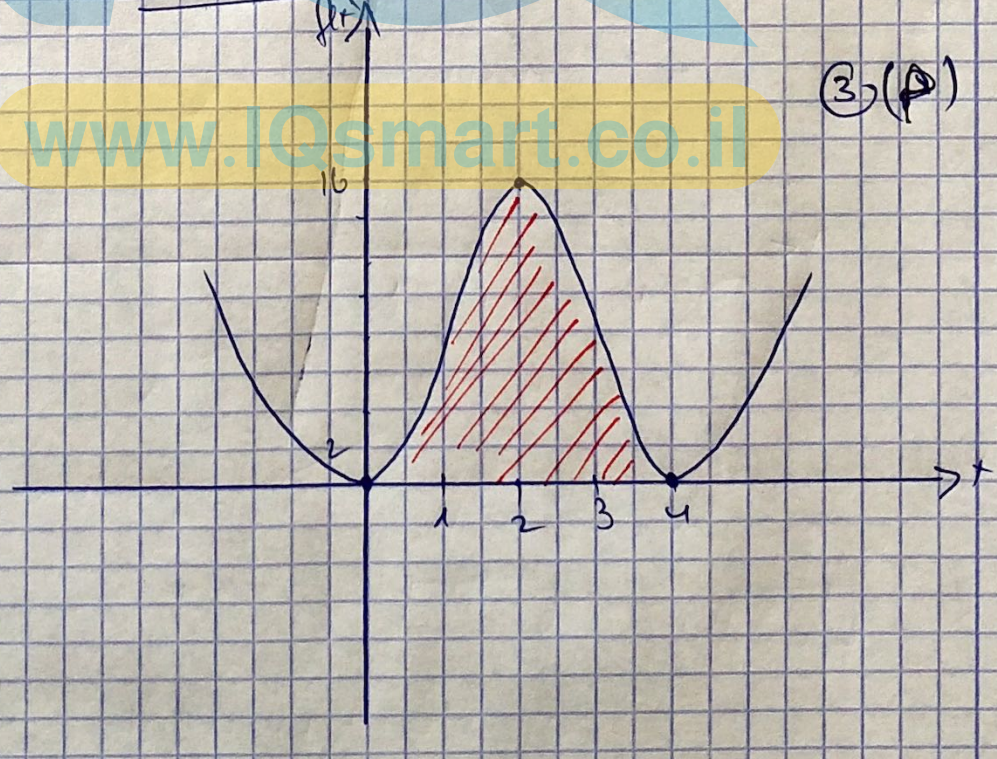
$f'(1) = 4\cdot 1(\overline{1-4})(\overline{1-2}) = +\cdot+\cdot-\cdot- = +$

$f'(3) = 4\cdot 3(\overline{3-4})(\overline{3-2}) = +\cdot+\cdot-\cdot+ = -$

$f'(5) = 4\cdot 5(\overline{5-4})(\overline{5-2}) = +\cdot+\cdot+\cdot+ = +$

$\boxed{\max(2,16)}$ $\boxed{\min(0,0)}$: לוקאלי

$\boxed{\min(4,0)}$



③ (P)

www.IQsmart.co.il

(P) ④ مجالات موجبة للدالة :

$\boxed{x<0}$, $\boxed{0<x<4}$, $\boxed{x>4}$

مجالات سالبة الدالة : $\emptyset$.

(ب) المساحة المطلوبة هي المساحة المطلوبة بالأمر (الفقرة السابقة)

$$f(x) = x^2(x^2-8x+16) = x^4-8x^3+16x^2$$

$$\int_0^4 f(x)\,dx = \int_0^4 x^4-8x^3+16x^2\,dx = \frac{x^5}{5} - 2x^4 + \frac{16}{3}x^3 \Big|_0^4$$

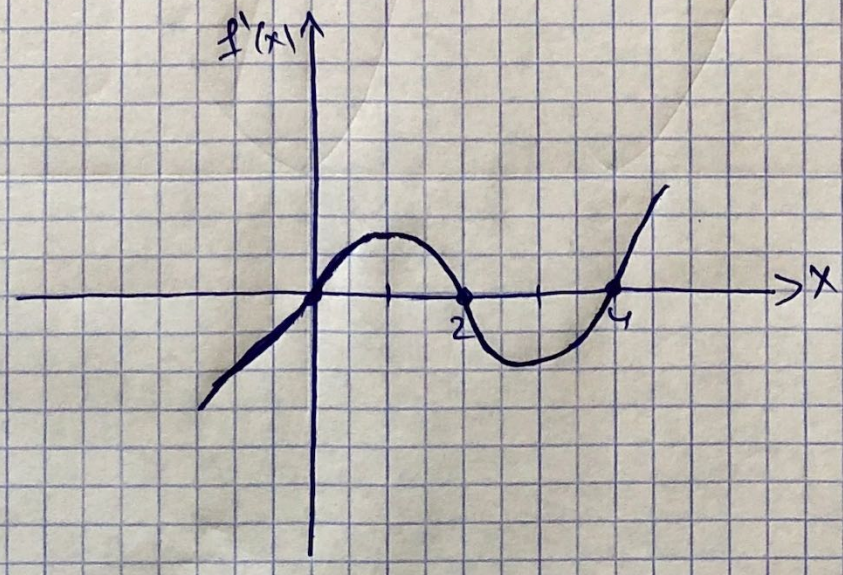
$$\left(\frac{(4)^5}{5} - 2(4)^4 + \frac{16(4)^3}{3}\right) - \left(\frac{0^5}{5} - 2\cdot 0 + \frac{16\cdot 0^3}{3}\right) =$$

$$204.8 - 512 + 341\tfrac{1}{3} = \boxed{34\tfrac{2}{15}}$$

(ج) من الجدول في البند (P) ③ : $f'(0) = f'(2) = f'(4) = 0$.

مجالات موجبة لـ f' : $0<x<2$, $x>4$

مجالات سالبة لـ f' : $2<x<4$, $x<0$



www.iqsmart.co.il

السؤال الرابع :

$$f(x)=\sqrt{2x-13}$$

(P) ① $2x-13 \geq 0$

$2x \geq 13$:2

$\boxed{x \geq 6.5}$

② تقاطع مع محور y : يوجد إن مجال تعريف الدالة $x \geq 6.5$

أي $x=0$ غير معرف .

تقاطع مع محور x : $(x,0)$:

$$(0)^2=(\sqrt{2x-13})^2$$

$0=2x-13$

$13=2x$:2

$\boxed{x=6.5} \Rightarrow \boxed{(6.5,0)}$

③ $f'(x)=\frac{2}{2\sqrt{2x-13}}$

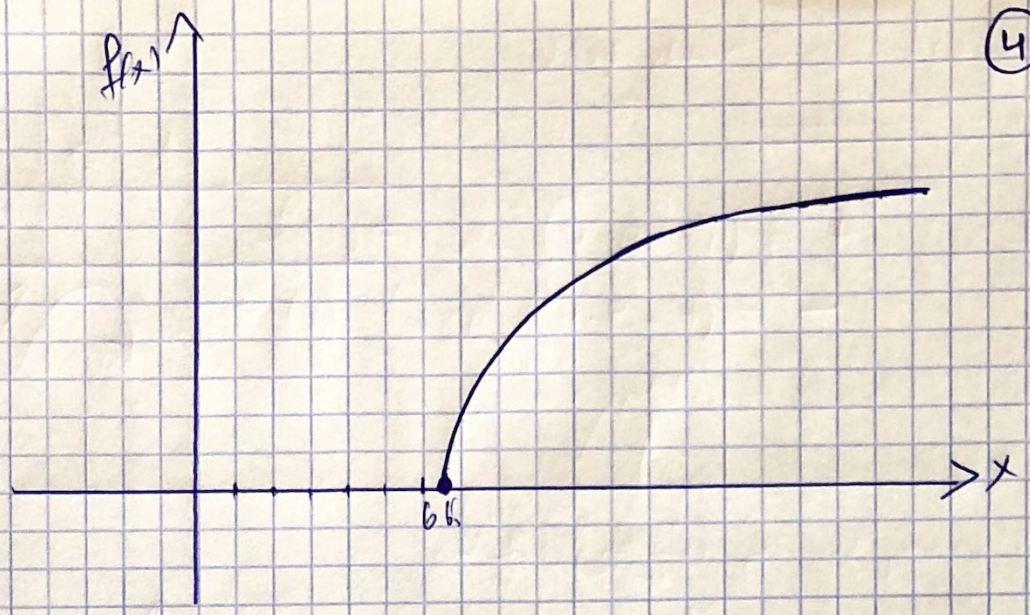
$\boxed{f'(x)=\frac{1}{\sqrt{2x-13}}}$

بما أن المقام موجب لكل x و البسط دائماً موجب إذاً $f'(x)>0$ لكل x في مجال التعريف $x \geq 6.5$.

من هنا، الدالة تصاعدية في كل مجال تعريفها $\boxed{x \geq 6.5}$

www.IQsmart.co.il

④



ب) $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-13}}$ ①

$2x-13 > 0$

$x > \frac{13}{2}$

$\boxed{x > 6.5}$

② المعادلة المستقيمة المقارب العمودي لـ $\boxed{x = 6.5}$

$f'(6.5) = \frac{1}{\sqrt{2(6.5)-13}} = \frac{1}{\sqrt{0}} = \frac{\text{عدد}}{0} =$ مقارب

www.IQsmart.co.il

ج) $f'(x) = f(x)$

$\frac{1}{\sqrt{2x-13}} = \sqrt{2x-13}$

$1 = 2x-13$

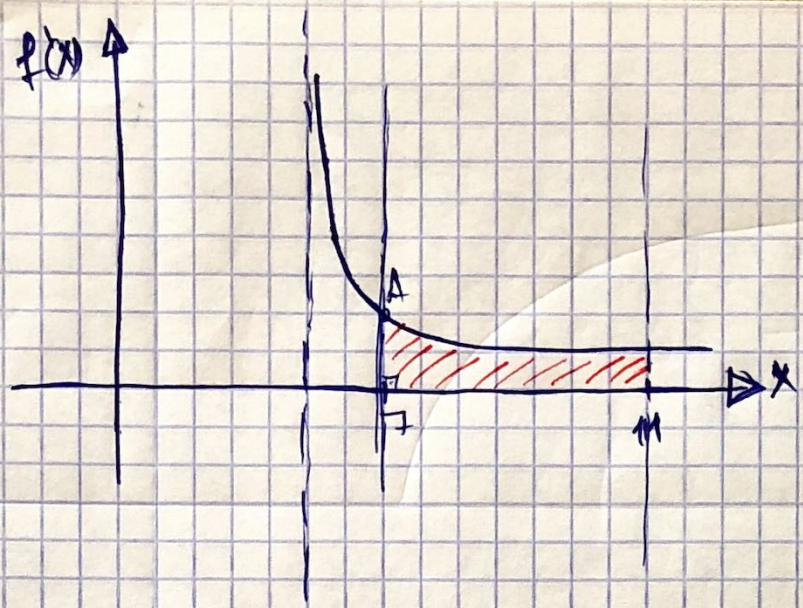
$14 = 2x$

$\boxed{x_A = 7}$

$y_A = \sqrt{27-13} = \sqrt{1} = 1$

$\Rightarrow \boxed{A(7,1)}$

(ב)



المساحة المطلوبة هي المساحة المظللة:

$$\int_{11}^{7} f'(x)\,dx = f(x)\Big|_{11}^{7}$$

$$\sqrt{2(11)^2-13} - \sqrt{27-13} = \sqrt{9} - \sqrt{1} = \boxed{2}$$

وحدة

www.IQsmart.co.il

السؤال الثامن :

$$f(x) = \frac{4}{x-1} + 3$$

(أ) مجال تعريف الدالة $x \neq 1$

$$f(1) = \frac{4}{1-1} + 3 = \frac{4}{0} + 3 = \frac{\text{عدد}}{0}$$

من هنا: خط تقارب عمودي.

$$f(\infty) = \frac{4}{\infty - 1} + 3 = 3$$

إذاً: $\boxed{x = 1}$ ، $\boxed{y = 3}$ خطوط تقارب الدالة.

(ب) نفرض $x_A = t$ ، إذا: y_A :

$$y_A = f(t) = \frac{4}{t-1} + 3$$

$$\boxed{A\left(t, \frac{4}{t-1} + 3\right)}$$

طول ضلع المستقيم الأول: $x_A - 1 = \boxed{t-1}$

طول ضلع المستقيم الثاني: $y_A - 3 = \frac{4}{t-1} + 3 - 3 = \boxed{\frac{4}{t-1}}$

وذلك لأنهم انزلوا عامودين على خطوط التقارب.

$$g(x) = 2(t-1) + 2\left(\frac{4}{t-1}\right) = \boxed{\frac{2(t-1) + 8}{t-1}}$$

$$g'(x) = \frac{2(t-1)(t-1) - [2(t-1)^2 + 8]}{(t-1)^2} = \frac{8}{(t-1)^2}$$

www.iqsmart.co.il

بعد تعويض t بـ x: $g(x) = 2\left(\frac{4}{t-1}\right) + 2(t-1) = \boxed{\frac{8}{t-1} + 2t - 2}$

$$g'(x) = \frac{-8}{(t-1)^2} + 2 = 0$$

$\times (t-1)^2$ / $g'(x) = 0 = \frac{-8}{(t-1)^2} + 2$

$$0 = -8 + 2(t^2 - 2t + 1)$$

$\div 2$ / $0 = 2t^2 - 4t + 2 - 8$

$$0 = t^2 - 2t - 3$$

$$(t-3)(t+1) = 0$$

$\boxed{t=3}$ $\boxed{t \neq -1}$

$t > 0$ إذا كانت A تقع في الربع الأول فإن

أي $\underline{t=3}$.

نعلم أنه إذا $t=3$ يعطينا المعرفة تغير ونبدأ نحسب طريق المشتقة الثانية

$$g''(x) = \frac{2(t-1)\cdot 8}{(t-1)^4}$$

$$g''(3) = \frac{2 \cdot 8}{(3-1)^3} = \frac{+}{+} = +$$ إذا المشتقة

$\underline{\text{min}}$.

أي : $x_A = 3$, $y_A = \frac{4}{3-1} + 3 - 2$

$\Rightarrow \boxed{A(3,2)}$ نعطينا المعرفة تغير

www.IQsmart.co.il

(4) طول ضلع المستطيل الأول:

$x_A - 1 = 3 - 1 = \boxed{2}$

طول ضلع المستطيل الآخر:

$y_A - 3 = 5 - 3 = \boxed{2}$

مساحة المستطيل: $2 \cdot 2 = \boxed{4}$ وحدات مساحة

www.IQsmart.co.il