حل نموذج بجروت

(802) 381

موعد صيف (ا)

2021

طاقم الرياضيات

معهد IQ

מתמטיקה, קיץ תשפ"א, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، صيف 2021، رقم 035381 + ملحق

الأسئلة

في هذا النموذج ستّة أسئلة. لإجابة كاملة عن سؤال تحصل على 30 درجة. يُسمح لك الإجابة بشكل كامل أو جزئيّ، عن عدد أسئلة كما تشاء، لكن مجموع الدرجات التي تستطيع تجميعها في هذا النموذج لن يزيد عن 100.

اكتب جميع الحسابات والإجابات في نموذج الامتحان.

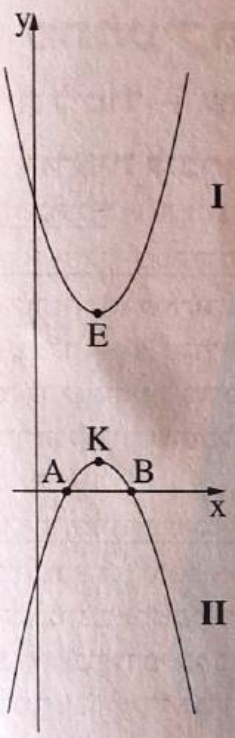
انتبه! فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح.

عدم التفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

الجبر

1. الرسم الذي أمامك يصف الرسمين البيانيّين I ، II للدالّتين:

$g(x) = x^2 - 4x + 10$ ، $f(x) = -x^2 + 4x - 3$.



أ. أيّ رسم بيانيّ من الرسمين البيانيّين I ، II هو الرسم البيانيّ للدالّة f(x) ، وأيّهما هو الرسم البيانيّ للدالّة g(x) ؟ علّل.

الرسم البيانيّ II يقطع المحور x في النقطتين A وَ B ، كما هو موصوف في الرسم.

ب. جد إحداثيّات النقطتين A وَ B.

النقطتان K وَ E اللتان في الرسم هما رأسا الدالّتين المعطاتين.

جـ. برهن أنّ الإحداثيّ x للنقطة K يساوي الإحداثيّ x للنقطة E.

د. جد مساحة المثلّث AEB.

(أ) في الرسم I رأس الدالة مُوجب وبالتالي معامل x^2 في الدالة يجب أن يكون مُوجب وبما أنه في الدالة g(x) معامل x^2 [العدد المضروب بـ x^2 موجب (a=1)] لذلك الرسم I هو الرسم للدالة g(x) والرسم II ملائم لـ f(x) لأنه رأس الدالة سالب وبالتالي معامل x^2 يجب أن يكون سالب

إذًا: I: $g(x) = x^2 - 4x + 10$ و II: $f(x) = -x^2 + 4x - 3$

/ يتبع في صفحة 5

1700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

מתמטיקה, קיץ תשפ"א, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، صيف 2021، رقم 035381 + ملحق

(أ) الرسم البياني II هو للدالة $f(x)=-x^2+4x-3$

$f(x)=0$ أي x على المحور هي نقاط تقاطع الدالة مع A, B

$\rightarrow -x^2+4x-3=0 \Rightarrow a=-1 \quad b=4 \quad c=-3$

$$x_{1,2}=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4(-1)(-3)}}{2\cdot(-1)}=\frac{-4\pm\sqrt{16-12}}{-2}=$$

$$=\frac{-4\pm\sqrt{4}}{-2}=\frac{-4\pm2}{-2}$$

$$x_1=\frac{-4+2}{-2}=\frac{-2}{-2}=1 \qquad x_2=\frac{-4-2}{-2}=\frac{-6}{-2}=3$$

$\boxed{x_1=1}$ $\boxed{x_2=3}$

$A(1,0)$ $B(3,0)$ إذًا نقاط التقاطع A و B هي

(ب) في الدالة f

(I) في الدالة g

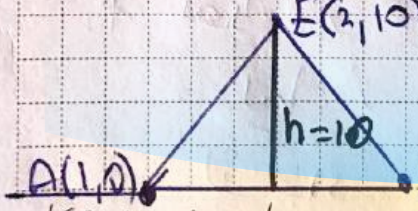
الإحداثي x للنقطة E: $x_E=\frac{-b}{2a}=\frac{-(-4)}{2\cdot1}=\frac{4}{2}=2$

الإحداثي x للنقطة K: $x_K=\frac{-b}{2a}=\frac{-4}{2(-1)}=\frac{-4}{-2}=2$

$\boxed{x_E=2}$ $\boxed{x_K=2}$

(ج) نعوض الإحداثي x للنقطة E: $y_E=g(2)=\frac{2^2}{4}-\frac{4\cdot2}{8}+10=$

$E(2,10)$ $A(1,0)$ $B(3,0)$



$S_{AEB}=\frac{AB\cdot h}{2}$ (القاعدة × الارتفاع ÷ 2)

الارتفاع h هو الإحداثي y للنقطة E

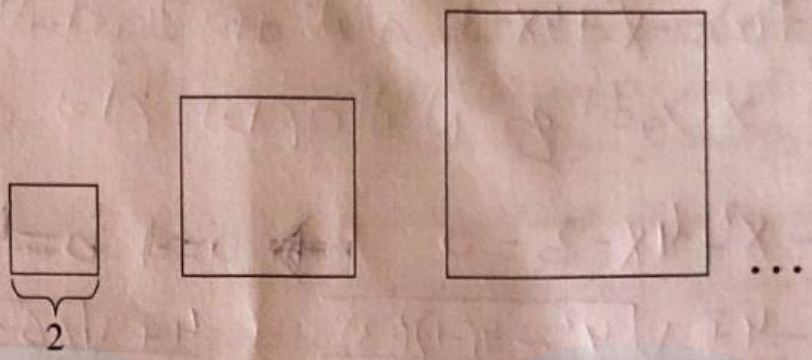
$AB=3-1=2$

$S_{\Delta AEB}=\frac{2\cdot10}{2}=10$ وحدات مساحة

/يتبع في صفحة 6/

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

2. معطاة متوالية مربّعات.



طول ضلع المربّع الأوّل في المتوالية هو 2 .

أ. جد محيط المربّع الأوّل في المتوالية.

معطى أنّ: محيطات المربّعات في المتوالية تشكّل متوالية حسابيّة تصاعديّة.

محيط المربّع الثاني في المتوالية هو 20 .

ب. جد محيط المربّع الخامس في المتوالية.

معطى أنّ محيط المربّع الأخير في المتوالية هو 140 .

جـ. كم مربّعًا يوجد في المتوالية؟

أ. محيط المربع = 4 . الضلع ← $8 = 2 \cdot 4$

ب. بما أن محيط المربع الثاني هو 20 وبما أن المحيطات عبارة عن متوالية حسابية لذلك فرق المتوالية هو

$d = 20 - 8 = \boxed{12}$ ⇒ $\frac{8}{I}, \frac{20}{II}, \frac{32}{III}, \frac{44}{IV}, \frac{56}{V}$

$\boxed{d = 12}$

إذًا محيط المربع الخامس هو 56.

جـ. العدد الأخير في المتوالية هو 140 أي $a_n = 140$

وعليها أن نجد n.

لإيجاد n نستعمل قانون الحد العام للمتوالية

/يتبع في صفحة 7/

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

מתמטיקה, קיץ תשפ"א, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، صيف 2021، رقم 035381 + ملحق

الحسابية وهو: $a_n = a_1 + (n-1)d$

بحيث $a_1 = 8$ $d = 12$ $a_n = 140$

نعوّض في قانون الحد العام:

$$140 = 8 + (n-1)12$$

$$\Rightarrow 140 - 8 = (n-1)\cdot 12 \Rightarrow 132 = (n-1)\cdot 12 \Rightarrow$$

نقسم المعادلة على 12

$$\Rightarrow \frac{132}{12} = (n-1) \Rightarrow 11 = n-1$$

$$\Rightarrow 11+1 = n \Longrightarrow \boxed{12 = n}$$

إذًا $n = 12$ أي أنه في المتوالية يوجد 12 حد

أي 12 مربع بحيث المربع الأخير محيطه 140

/يتبع في صفحة 8/

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

3. اشترى داني سيّارته قبل 3 سنوات بالضبط. سعر سيّارته اليوم هو 52,750 شيكلاً.
سعر سيّارة داني ينخفض في كلّ سنة بنسبة 9% .

أ. كم سيكون سعر سيّارة داني بعد 3 سنوات من اليوم؟

ب. ما هو المبلغ الماليّ الذي اشترى داني السيّارة به؟

قرّر داني أنّه سيبيع سيّارته بعد مرور 10 سنوات من يوم شرائها.

ج. بِكم شيكلاً سينخفض سعر سيّارة داني (من يوم الشراء وحتّى يوم البيع)؟

(P) بحسب المعطيات سعر السيارة ينخفض كل سنة بنسبة 9٪ أي أن p=9% وبالتالي

$q\% = 100\% - p\% = 100\% - 9\% = 91\%$

$q = 91\%$ أي أن $q = \frac{91}{100} = 0.91$ ⇐ $q = 0.91$

$M_0 = 52750$ نعتبر سعر السيارة اليوم أي أنه السعر الأولي للقياس.

$M_3 = ?$ سعر السيارة بعد 3 سنوات من اليوم هو بحسب قانون التناقص $M_x = M_0 \cdot q^x$ نتحقق:

$M_3 = M_0 \cdot q^3 = 52750 \cdot (0.91)^3 =$

$M_3 = 39750.87$ سعر السيارة بعد 3 سنوات

/ يتبع في صفحة 9 /

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

מתמטיקה, קיץ תשפ"א, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، صيف 2021، رقم 035381 + ملحق

ب - المبلغ الذي يشتري فيه داني السيارة هو سعر السيارة 3 سنوات قبل لحظة الشراء
أي 3 سنوات قبل سعرها اليوم وهو M_{-3}
وبحسب القانون: $M_{(-3)} = 52750 \cdot (0.91)^{-3}$

$M_{(-3)} = 70000$

أي أن سعر السيارة عندما اشتراها داني كان 70000 شيكل.

ج - سعر السيارة بعد 10 سنوات من شرائها هو عملياً 7 سنوات من اليوم أي M_7

$M_7 = M_0 \cdot q^7 = 52750 \cdot (0.91)^7 = 27259$ (بالتقريب)

وبالتالي المبلغ الذي انخفض من سعر السيارة على مدار 10 سنوات هو:

(سعرها عند الشراء) − (سعرها بعد 10 سنوات) = 70000 − 27259

= 42741

أي أن سعر السيارة انخفض بقيمة 42741 شيكل

/يتبع في صفحة 10/

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

מתמטיקה, קיץ תשפ"א, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، صيف 2021، رقم 035381 + ملحق

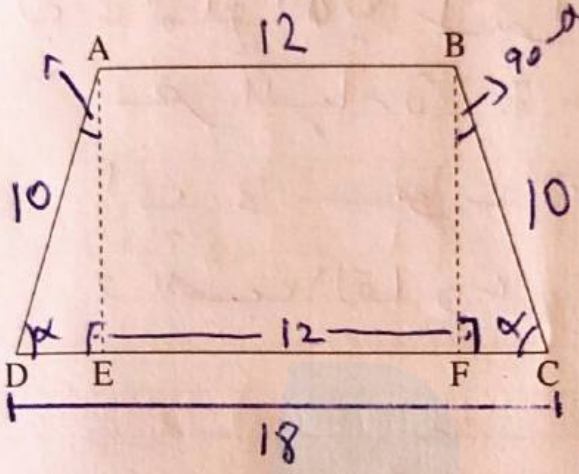
حساب المثلّثات

4. معطى شبه المنحرف المتساوي الساقين $ABCD$ $(AB \parallel CD)$

BF وَ AE هما ارتفاعا شبه المنحرف،

كما هو موصوف في الرسم الذي أمامك.

معطى أنّ: $AD = BC = 10$ ، $CD = 18$ ، $AB = 12$.



أ. (1) جد طول القطعة FC.

(2) جد ارتفاع شبه المنحرف.

ب. جد مقدار الزاوية الحادّة لشبه المنحرف.

ج. جد طول قطر شبه المنحرف، BD.

د. جد مقدار الزاوية التي بين القطر BD وبين القاعدة CD.

1.أ بما أن المعطيات شبه المنحرف $ABCD$ هو شبه منحرف متساوي الساقين ولذلك زوايا القاعدة متساوية

$$\measuredangle C = \measuredangle D = \alpha \Rightarrow \measuredangle FBC = \measuredangle EAD = 90 - \alpha$$

ويتبع أن المثلث ΔFBC يطابق المثلث ΔEAC حسب نظرية التطابق (ز,ض,ز)

I $\measuredangle C = \measuredangle D = \alpha$, II $AD = AB$, III $\measuredangle DAE = \measuredangle FBC = 90 - \alpha$

ومن التطابق نتبع أن $FC = DE$ أي نفرض $FC = DE = x$

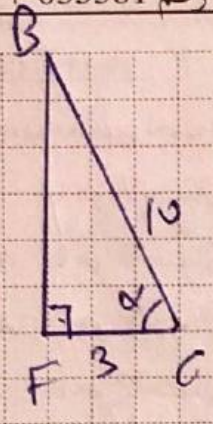
بما أن $EF = AB = 12$ و $DC = 18$

$$\Rightarrow FC + EF + ED = x + 12 + x = 18 \Rightarrow x + x = 18 - 12$$

$$\Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow \boxed{DE = FC = x = 3}$$

/ يتبع في صفحة 11 /

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il



2.ا) ارتفاع شبه المنحرف BF و FC بحسب فيثاغورس

$BC^2 = BF^2 + FC^2$

$10^2 = BF^2 + 3^2 \Rightarrow 100 = BF^2 + 9$

$\Rightarrow 100 - 9 = BF^2 \Rightarrow 91 = BF^2 \Rightarrow \sqrt{91} = BF$

ارتفاع شبه المنحرف $\boxed{BF = 9.539}$

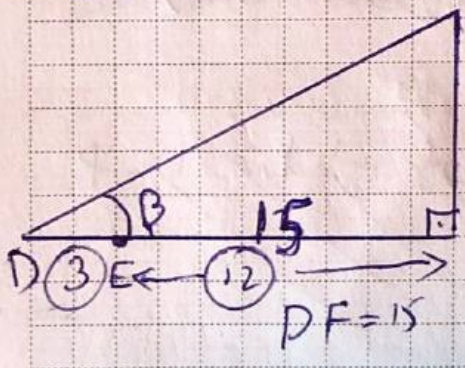
ب) نحسب الزاوية α في المثلث FBC :-

FC مجاور للزاوية α و BC هو الوتر ولذلك يتحقق:

$\cos\alpha = \frac{3}{10} = 0.3$

$\alpha = \text{shift cos } 0.3 = 72.54$

إذًا مقدار الزاوية الحادة في شبه المنحرف هو 72.54



ج) نرسم القطر BD في شبه المنحرف

$BD^2 = 15^2 + (9.539)^2 \Rightarrow BD^2 = 225 + 90.992$

$BD^2 = 315.99 \rightarrow BD = \sqrt{315.99} = 17.776$

$\boxed{BD = 17.776}$

د) الزاوية β بين القطر والقاعدة :-

$tg\beta = \frac{9.539}{15} = \Rightarrow \boxed{\beta = 32.45}$

/يتبع في صفحة 12

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

الاحتمال والإحصاء

5. يرمون مكعّبَي لعب متوازنين.

أ. ما هو الاحتمال بأن يسقط المكعّبان على نفس العدد؟

ب. ما هو الاحتمال بأن يكون مجموع العددين اللذين يسقط عليهما المكعّبان مساويًا لـ 6 ؟

جـ. ما هو الاحتمال بأن يكون مجموع العددين اللذين يسقط عليهما المكعّبان أصغر من 6 ؟

د. ما هو الاحتمال بأن يسقط فقط مكعّب واحد على العدد 5 ؟

أ. عددما فرمي مكعبي لعب هنالك 36 نتيجه ممكنه
النتائج التي تكون بزوج للمكعبين نفس العدد هي:
(1,1) // (2,2) // (3,3) // (4,4) // (5,5) // (6,6)
واحتمال ان يسقط المكعبان على نفس العدد هو
$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

ب. الامكانيات التي ممكنه للمجموع 6 هي:
(1,5) (2,4) (3,3) (5,1), (4,2)
اي 5 إمكانيات والاحتمال أن يسقط المكعبان على
رقمين مجموعها 6 هو: $\frac{5}{36}$

/يتبع في صفحة 13/

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

מתמטיקה, קיץ תשפ"א, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، صيف 2021، رقم 035381 + ملحق

ج- الاحتمال ان يكون المجموع اصغر من 6

لدينا 10 امكانيات لمجموع اصغر من 6 وهي

(1,1) (1,2), (1,3), (1,4) // (2,1) (2,2) (2,3)

(3,1) (3,2) // (4,1)

والاحتمال أن نحصل على مجموع أصغر من 6 هو

$\frac{10}{36} = \boxed{\frac{5}{18}}$

د- الامكانيات ان يكون احد الحجرين العدد 5 هي

(1,5), (2,5), (3,5), (4,5), (6,5), (5,1), (5,2)

(5,3), (5,4), (5,6)

أي 10 امكانيات والاحتمال لها هو $\frac{10}{36}$ ← $\boxed{\frac{5}{18}}$

/ يتبع في صفحة 14 /

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

6. علامات امتحان دخول لكلّيّة كبيرة تتوزّع طبيعيًّا.
معدّل العلامات في الامتحان هو 76 ، والانحراف المعياريّ هو 8 .

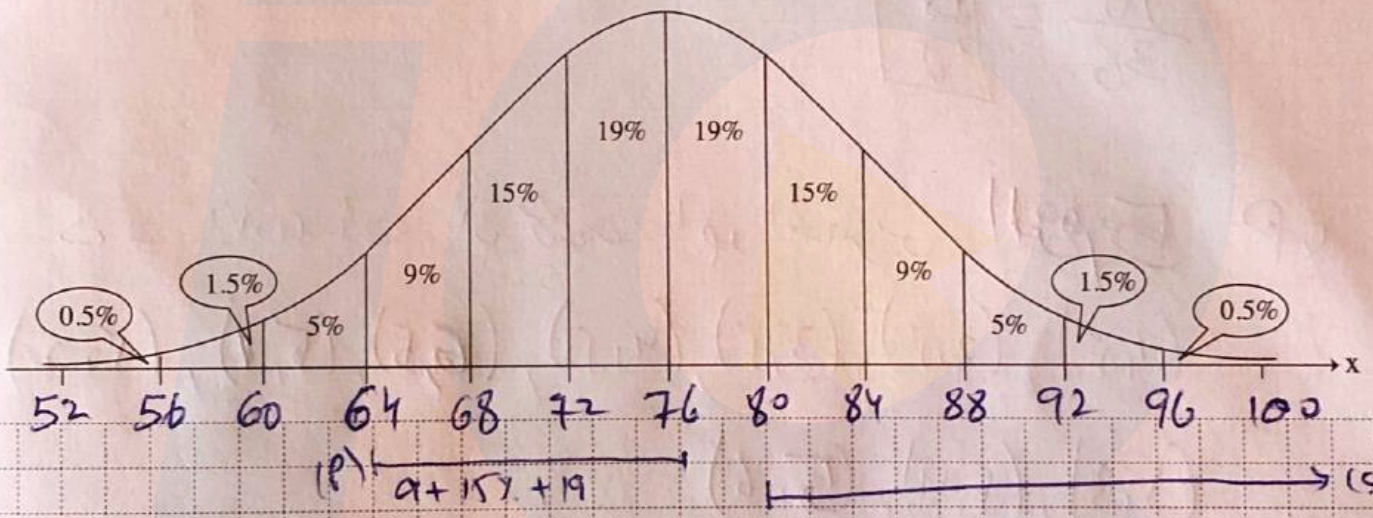
أ. ما هي النسبة المئويّة للممتحَنين الذين علامتهم بين 64 وَ 76 ؟

ب. ما هي النسبة المئويّة للممتحَنين الذين علامتهم أعلى من 80 ؟

قرّرت إدارة الكلّيّة أن تقبل للكلّيّة 15% من الممتحَنين – هؤلاء الذين علاماتهم في امتحان الدخول كانت الأعلى.
علامة دانا في امتحان الدخول هي 84 .

جـ. هل قُبلت دانا للكلّيّة؟ علّل.

أمامك الرسم البيانيّ للتوزيع الطبيعيّ من لائحة القوانين. استعْمِلْهُ في حساباتك.



נתון ממוצע ציוני הציון 76 וסטיית התקן 8
אי $S=8$ ובתאלי $\frac{S}{2}=4$ ← נרשום הציונים על הציר
(הפרש בין כל עמוד עמוד הוא 4+ לימין או 4- לשמאל)

א. האחוז המבוקש של הציונים בין 64 ל 76 הוא
$9\%+15\%+19\%=43\%$

ב. הציון 80 הוא $\frac{1}{2}$ סטיית תקן מעל הממוצע
$0.5\%+1.5\%+5\%+9\%+15\%=31\%$
הציון 80 הוא ב 31% הגבוהים

/ يتبع في صفحة 15

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

מתמטיקה, קיץ תשפ"א, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، صيف 2021، رقم 035381 + ملحق

ج- العلامات التي أعلى من 84 نسبتها 9٪ + 5٪ + 1.5٪ + 0.5٪ = 16٪
وبما أن علامة دانا 84 والكلية ستقبل 15٪ فقط الأعلى
لذلك لن تُقبل دانا للكلية.

בהצלחה!
نتمنّى لك النّجاح!
זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.

/تتبع صفحات دفتر إضافيّة/

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il