حل نموذج بجروت

(804) 481

موعد صيف (أ)

2021

طاقم الرياضيات

معهد IQ

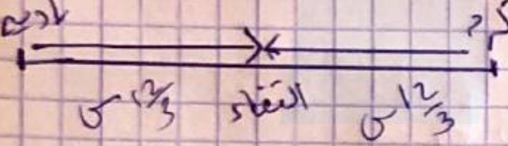
حل سؤال 1

بحسب المعطيات :-

1. بيت أكرم يَبْعُد عن بيت نادية 36 كم في مسار مستقيم

2. يوم الاحد

خرج أكرم ونادية الساعة 7 الواحد باتجاه الآخر كلاهما من بيته والتقيا الساعة 8:40 اي زمن السير حتى الالتقاء $1\frac{2}{3}$ ساعة



نبني جدول يعبر عن يوم الاحد

	سرعة	زمن	مسافة	ملاحظات
أكرم	V_A	$1\frac{2}{3}$	$1\frac{2}{3}V_A$	نفرض سرعة أكرم V_A
نادية	V_B	$1\frac{2}{3}$	$1\frac{2}{3}V_B$	نفرض سرعة نادية V_B

* حتى الالتقاء قطع الاثنان مسافة مقدارها طول المسار

اي يتحقق :

$$\boxed{1\frac{2}{3}V_A + 1\frac{2}{3}V_B = 36} \quad \text{I}$$

3. يوم الاثنين :-

خرج أكرم الساعة 7:00 من بيته باتجاه بيت نادية وسار بنفس السرعة التي سارها يوم الاحد (V_A)

ناديا خرجت الساعة 7:45 أي تقريبًا 45 دقيقة من خروج أكرم أي تقريبًا $\frac{3}{4}$ ساعة بعد خروجه (زمن سفر نادية أقل بـ $\frac{3}{4}$ ساعة من أكرم)

عندما التقيا كان أكرم على بعد 21 كم عن بيته

يوم الاثنين

	سرعة	زمن	مسافة
أكرم	V_A	t	$t\cdot V_A$
ناديا	V_B	$t-\frac{3}{4}$	$(t-\frac{3}{4})\cdot V_B$

$$t\cdot V_A = 21 \quad \text{II}$$

$$t\cdot V_A + V_B\left(t-\frac{3}{4}\right) = 36 \quad \text{III}$$

اذاً حصلنا على 3 معادلات:

يوم الاحد ← $\text{I}: \ 1\frac{2}{3}V_A + 1\frac{2}{3}V_B = 36$

حتى نقطة الالتقاء كان على بعد 21 كم اكرم عن بيته ← $\text{II} \quad t\cdot V_A = 21$

الاثنين قطعا معاً مسافة مقدارها طول المسار عند الالتقاء ← $\text{III} \quad t\cdot V_A + V_B\left(t-\frac{3}{4}\right) = 36$

من المعادلة $t\cdot V_A = 21$ نستنتج أن $t = \frac{21}{V_A}$

ويمكن تعويض هاتين النتيجتين في III:

$$\text{III} \quad \underbrace{t\cdot V_A}_{21} + V_B\left(t - \frac{3}{4}\right) = 36$$

$$21 + V_B\left(\frac{21}{V_A} - \frac{3}{4}\right) = 36$$

$$\Rightarrow \boxed{V_B\left(\frac{21}{V_A} - \frac{3}{4}\right) = 15} \quad \text{III}$$

من I:

$$1\frac{2}{3}V_A + 1\frac{2}{3}V_B = 36$$

$$\frac{5}{3}V_A + \frac{5}{3}V_B = 36$$

$$\frac{5}{3}(V_A + V_B) = 36$$

نضرب $\frac{3}{5}$

$$V_A + V_B = 27 \Rightarrow \boxed{V_B = 27 - V_A}$$

اذاً نعوض $V_B = 27 - V_A$ في المعادلة III $V_B\left(\frac{21}{V_A} - \frac{3}{4}\right) = 15$

نحصل على: $(27 - V_A)\left(\frac{21}{V_A} - \frac{3}{4}\right) = 15$

$$4V_A \,/\, (27 - V_A)\left(\frac{84 - 3V_A}{4V_A}\right) = 15 \,/\, 4V_A$$

$$(27 - V_A)(84 - 3V_A) = 60V_A$$

$$(27-V_A)(84-3V_A)=60V_A$$

$$2268-84V_A-81V_A+3V_A^2=60V_A$$

$$3V_A^2-165V_A-60V_A+2268=0$$

$$3V_A^2-225V_A+2268=0$$

وهنا حصلنا على معادلة تربيعية نحلها حسب الدستور ونحصل على:

$$\boxed{\begin{matrix} V_{A_I}=12 \\ V_{B_I}=15 \end{matrix}} \qquad \begin{matrix} V_{A_{II}}=63 \\ V_{B_{II}}=-36 \end{matrix}$$

غير ملائمة لأن السرعة سالبة

$\boxed{\text{الجواب: سرعة أكرم 12 كم/س وسرعة نادية 15 كم/س}}$

ب - من الجدول ليوم الأحد:

سرعة أكرم 12 // زمن أكرم t // مسافة أكرم 21

$$\Rightarrow 12t=21 \Rightarrow t=\frac{21}{12}=1\frac{3}{4}$$

أي أن زمن سير أكرم هو $1\frac{3}{4}$ ساعة وبالتالي وبما انه خرج الساعة 7:00 اذاً التقيا الساعة $8\frac{3}{4}$ أي $\boxed{8:45}$

ج. نفرض أن الزمن الذي ساره أكرم حتى ان كان البعد بينهما 13.5 كم هو m اذا زمن سير نادية هو $m-\frac{3}{4}$

ولكي يكون البعد بينهم 13.5 كم اذاً يجب ان يقطعا معاً مسافة مقدارها $36-13.5 \Leftarrow 22.5$ كم

أي يتحقق: $\underbrace{12\cdot m}_{\text{مسافة أكرم}}+15(m-\frac{3}{4})=22.5 \Leftarrow 12m+15m-11\frac{1}{4}=22.5$

$$\Rightarrow 27m=22.5+11\frac{1}{4} \Rightarrow 27m=33.75 \Rightarrow m=\frac{33.75}{27}$$

$$m = \frac{33.75}{27} \Longrightarrow \boxed{m = 1.25}$$

أي أنه $1\frac{1}{4}$ ساعة بعد خروج أكرم كان البعد بينهما 13.5 كم

وبما أن أكرم خرج الساعة 7:00 إذاً البعد بينهم كان 13.5 كم الساعة 8:15

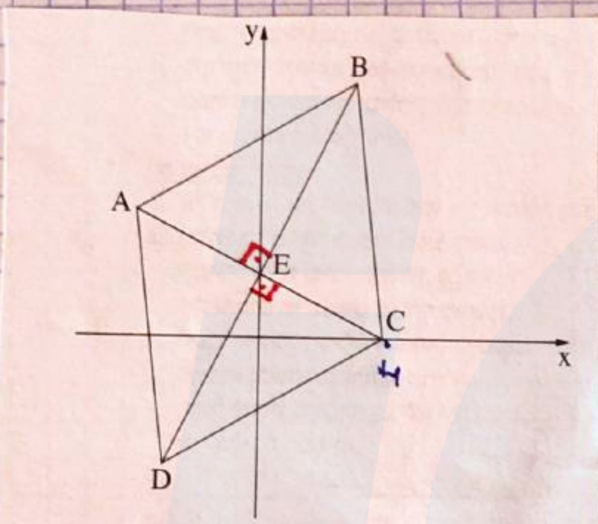
حل سؤال 2

بحسب المعطيات:

ABCD معين , B تقع في الربع الأول

E هي نقطة التقاء الأقطار وتقع على المحور y أي $E(0,y_E)$

C:(0,4) وميل المستقيم BD هو 2 $\boxed{m_{BD}=2}$



أ- اقطار المعين متعامدة

لذلك ميل AC $= \frac{-1}{\text{ميل } BD} = \frac{-1}{2}$

ان أ القطر AC

ميله $-\frac{1}{2}$ ويمر بـ $(4,0)$

وبالتالي معادلته:

$y = mx+n$

$0 = \underbrace{-\frac{1}{2}\cdot 4}_{-2} + n \Rightarrow \boxed{2=n}$

اذاً معادلة AC هي $y=-\frac{1}{2}x+2$

وبالتالي احداثيات E هي $(0,2)$ لانها تقاطع المستقيم AC مع المحور y وهي دائماً n من معادلة المستقيم.

$\boxed{E:(0,2)}$

أ.2 ميل المستقيم BD هو 2 ويمر بـ $E(0,2)$

إذاً معادلته $\boxed{BD: y=2x+2}$

ب. بحسب المعطيات مساحة المثلث BEC هي 15

المثلث BEC قائم $\angle E=90^\circ$ لذلك $S_{BEC}=\frac{BE\cdot EC}{2}$

نجد EC

$EC=\sqrt{\underbrace{(4-0)^2}_{4}+\underbrace{(0-2)^2}_{2}}=\sqrt{16+4}=\sqrt{20}$

ب٢:

$$S_{\Delta EB} = \frac{BE \cdot EC}{2} = \frac{BE \cdot \sqrt{20}}{2} = 15$$

$$BE \cdot \sqrt{20} = 30 \rightarrow BE = \frac{30}{\sqrt{20}} = \frac{\overset{6\cdot 5}{\overbrace{30}}}{\sqrt{4\cdot 5}} = \frac{\overset{3}{\cancel{6}}\cdot 5}{\cancel{2}\sqrt{5}}$$

$$= 3\cdot\frac{\cancel{5}}{\sqrt{5}} = 3\cdot\sqrt{5}$$

$$\boxed{BE = 3\cdot\sqrt{5}}$$

ب2 بعد البند $\boxed{1.ب}$ $BE=3\cdot\sqrt{5}$

معطى أن B تقع على المستقيم BD: $BD = y = 2x+2$

أي يمكن التعبير عن احداثيات B كالتالي:-

$$B:(x_B,\ 2x_B+2)$$

وبما ان $E(0,2)$ و $BE=3\sqrt{5}$ إذاً يتحقق:-

$$BE = \sqrt{(x_B-0)^2+(2x_B+2-2)^2} = 3\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x_B^2+\underbrace{(2x_B)^2}_{4x_B^2}} = 3\sqrt{5} \Rightarrow \sqrt{5x_B^2} = 3\cdot\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \cancel{\sqrt{5}}\cdot\sqrt{x_B^2} = 3\cdot\cancel{\sqrt{5}} \Rightarrow \sqrt{x_B^2} = 3 \xrightarrow{\text{نربع الطرفين}} x_B^2 = 9$$

$$\Rightarrow x_B = \pm\sqrt{9} \Rightarrow \boxed{x_{B_1} = 3} \qquad x_{B_2} = -3$$

$\boxed{x_B = 3}$ اذاً ⟸ لأن B بالربع الاول x_{B_2} غير ملائم

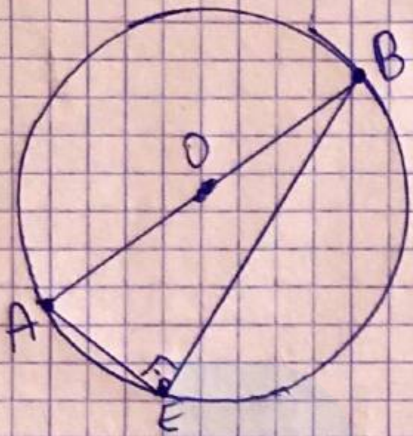
نعوض ونجد y_B:

$$y_B = 2x_B+2 \rightarrow y_B = \overset{6}{\overbrace{2\cdot 3}}+2$$

$$\boxed{y_B = 8}$$

$$B:(3,8)$$

ج- المثلث AEB قائم الزاوية $\angle E=90^\circ$ وهي زاوية محيطية
وبالتالي AB المقابل للزاوية E هو القطر
مركز الدائرة هو $O(x_0,y_0)$ وهي منتصف AB
نجد احداثيات A اولاً ومن ثم
نجد احداثيات O :-



النقطة A هي طرف القطعة AC التي E هي منتصفها
اذاً $C:(4,0)$ $E(0,2)$

$$x_E=\frac{x_A+x_C}{2}$$

$$0=\frac{x_A+4}{2} \Rightarrow x_A+4=0 \rightarrow \boxed{x_A=-4}$$

$$y_E=\frac{y_A+y_C}{2} \Rightarrow 2=\frac{y_A+0}{2} \Rightarrow \boxed{y_A=4}$$

$\boxed{A(-4,4)}$ اذاً

وبالتالي احداثيات مركز الدائرة هي احداثيات منتصف AB

$$x_0=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{-4+3}{2}=-\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow O:\left(-\frac{1}{2},6\right)$$

$$y_0=\frac{y_A+y_B}{2}=\frac{4+8}{2}=6$$

نجد نصف القطر:

معادلة الدائرة من الصورة $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+(y-6)^2=R^2$

بما أن $E(0,2)$ تقع على الدائرة اذاً تحقق معادلتها :-

$$\left(0+\frac{1}{2}\right)^2+(2-6)^2=R^2 \Rightarrow \underbrace{\left(\frac{1}{2}\right)^2}_{\frac{1}{4}}+\underbrace{(-4)^2}_{16}=R^2 \Rightarrow \boxed{16\frac{1}{4}=R^2}$$

وبالتالي معادلة الدائرة هي $\boxed{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+(y-6)^2=16\frac{1}{4}}$

حل سؤال 3

أ. بحسب المعطيات 40% من الكرات حمراء، وبالتالي نستنتج أن عدد الكرات السوداء والبيضاء معًا هو 60% من مجمل الكرات.
نفرض ان نسبة الكرات البيضاء في العلبة هو X%
بما أن الكرات السوداء تشكل 3 اضعاف البيضاء
اذًا نسبة السوداء 3X% ويتحقق:

$$X\% + 3X\% = 60\% \Rightarrow 4X\% = 60\%$$

$$\Rightarrow \boxed{X\% = 15\%} \Rightarrow \boxed{3X\% = 45\%}$$

اذًا نسبة الكرات البيضاء في العلبة $\boxed{15\%}$
ونسبة الكرات السوداء في العلبة $\boxed{45\%}$

واحتمال اخراج كرة بيضاء من العلبة هو $\boxed{15\%}$ او $\boxed{0.15}$

ب. كرتان بنفس اللون اي إما الكرتان بيضاء أو الكرتان سوداء أو الكرتان حمراء

$$P(\text{كرتان بيضاء}) = 0.15 \cdot 0.15 = 0.0225$$

$$P(\text{كرتان سوداء}) = 0.45 \cdot 0.45 = 0.2025$$

$$P(\text{كرتان حمراء}) = 0.4 \cdot 0.4 = 0.16$$

$$P(\text{كرتان بنفس اللون}) = \overbrace{0.0225}^{\text{2 بيضاء}} + \overbrace{0.2025}^{\text{2 سوداء}} + \overbrace{0.16}^{\text{2 حمراء}} = \boxed{0.385}$$

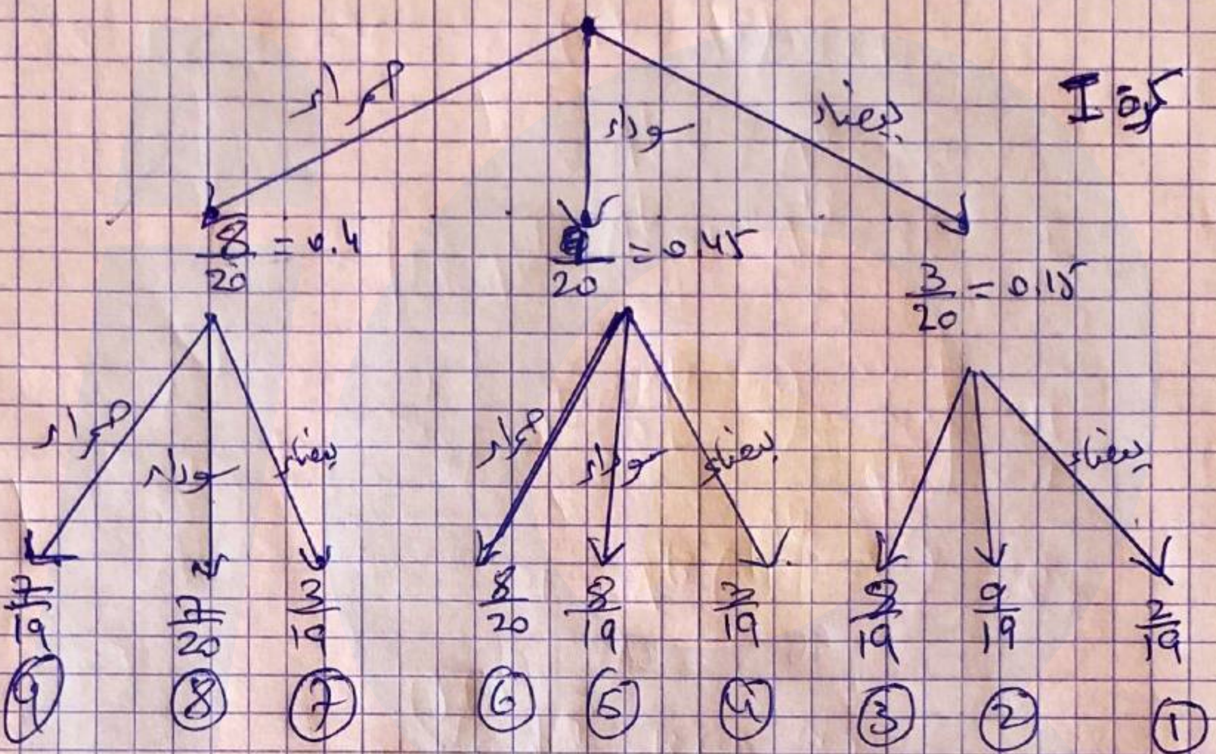
ج- اذا كان في الجرة 20 كرة :-

اذاً عدد الكرات السوداء $20 \cdot 0.45 = 9$

عدد الكرات البيضاء $20 \cdot 0.15 = 3$

عدد الكرات الحمراء $20 \cdot 0.4 = 8$

نبني شجرة تعبر عن اخراج كرتين بدون إعادة :



كرتان بنفس اللون هي التفرعات ① و ⑤ و ⑨

والاحتمال لهم: ⑨ كرتان حمراء ⑤ كرتان سوداء ① كرتان بيضاء

$$P(\text{كرتان بنفس اللون}) = \frac{3}{20}\cdot\frac{2}{19} + \frac{9}{20}\cdot\frac{3}{19} + \frac{8}{20}\cdot\frac{7}{19}$$

$$\frac{6}{380} + \frac{27}{380} + \frac{56}{380} = \boxed{\frac{134}{380}} = \boxed{0.3526}$$

1) الكرتان اللتان اخرجوهما ليستا بنفس اللون:
نسأل عن الاحتمال ان تكون الاولى بيضاء
وهذا الاحتمال عبارة عن احتمال مشروط:

$$P\left(\begin{matrix}\text{الاولى}\\\text{بيضاء}\end{matrix} \middle| \begin{matrix}\text{الكرتان}\\\text{بلون مختلف}\end{matrix}\right) = \frac{P\left(\begin{matrix}\text{الاولى}\\\text{بيضاء}\end{matrix} \cap \begin{matrix}\text{كرتان}\\\text{بلون}\\\text{مختلف}\end{matrix}\right)}{P\left(\begin{matrix}\text{الكرتان}\\\text{بلون مختلف}\end{matrix}\right)}$$

$$P\left(\begin{matrix}\text{كرتان بلون}\\\text{مختلف}\end{matrix}\right) = 1 - P\left(\begin{matrix}\text{كرتان}\\\text{بنفس اللون}\end{matrix}\right) = 1 - 0.3526$$

$$P\left(\begin{matrix}\text{كرتان بلون}\\\text{مختلف}\end{matrix}\right) = \boxed{0.6474}$$

$$P\left(\begin{matrix}\text{الاولى}\\\text{بيضاء}\end{matrix} \cap \begin{matrix}\text{كرتان}\\\text{بلون}\\\text{مختلف}\end{matrix}\right) = \text{الاحتمال للتفرع 2 أو 3}$$

$$P(\text{تفرع } 2) = \frac{3}{20} \cdot \frac{9}{19} = \frac{27}{380} = 0.07105$$

$$P(\text{تفرع } 3) = \frac{3}{20} \cdot \frac{8}{19} = \frac{24}{380} = 0.06315$$

$$+ \quad 0.1342$$

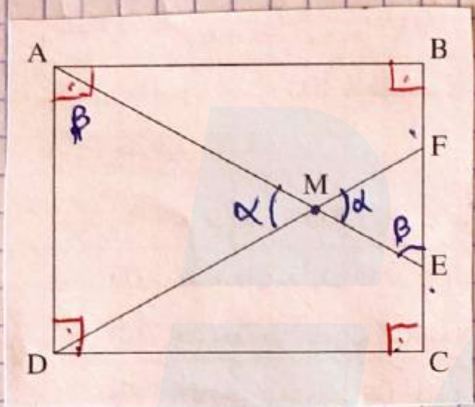
$$P\left(\begin{matrix}\text{اولى}\\\text{بيضاء}\end{matrix} \middle| \begin{matrix}\text{كرتان}\\\text{بلون}\\\text{مختلف}\end{matrix}\right) = \frac{0.1342}{0.6474} = \boxed{0.2072}$$

حل سؤال 4 :

حسب المعطيات E و F تقعان على الضلع BC
بحيث $DF = AE$

أ) $\sphericalangle AMD = \sphericalangle EMF$ (1) متقابلة بالرأس

$\sphericalangle MAD = \sphericalangle MEF$ (2) زوايا متبادلة بين مستقيمين متوازيين $AD \parallel BC$



اذاً: يتطابق المثلثان:
$\triangle AMD \sim \triangle EMF$
حسب (ز,ز).

ب) $AE = DF$ حسب المعطى

$BE = BF + FE$ (3)

$CF = CE + EF$ (4)

نطبق المثلثات ABE على DCF

$DC = AB$ أضلاع مستطيل (متوازية)

$AE = DF$ حسب المعطى

$\sphericalangle C = \sphericalangle B = 90^\circ$ قائمة

اذا يتطابق المثلثان حسب نظرية التطابق الرابعة (ض,ض,ز)

من التطابق ينتج أن:

$BE = CF$

$BF + \cancel{FE} = CE + \cancel{EF}$

$BF = CE$

وهو المطلوب (ب)

جـ) $FB = 3$ $AD = 10$

بما أن $FB = CE$ حسب (ب) اذاً $CE = 3$

$\rightarrow AD = 10 = BC = BF + FE + EC = 3 + FE + 3$

$\Rightarrow 10 = 6 + FE \Rightarrow \boxed{FE = 4}$

من التشابه في البند (أ) $\Delta AMD \sim \Delta EMF$

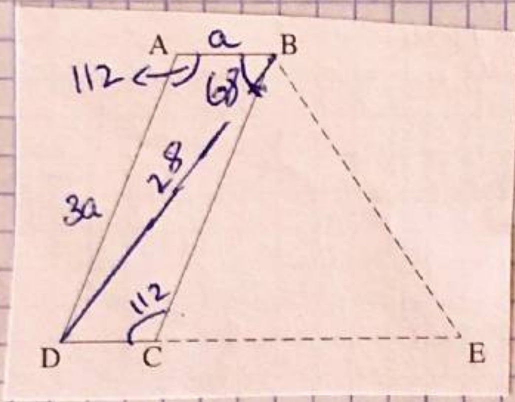
نستنتج نسبة التشابه هي :-

$$\frac{FE}{AB} = \frac{4}{10} = \frac{FM}{DM} \Rightarrow 4DM = 10FM \Rightarrow \boxed{FM = \frac{4}{10}DM}$$

$$DF = DM + MF = DM + \frac{4}{10}DM = \boxed{1.4DM}$$

$$DF = 1.4DM \Rightarrow \boxed{\frac{DF}{DM} = 1.4}$$

حل سؤال 5



أ. بما أن $\measuredangle ABC=68$ إذاً $\measuredangle A=112$

وأيضاً $\measuredangle C=112$ والشكل يتحقق

بحسب قانون ال cos: في $\triangle ABD$

$$28^2=a^2+(3a)^2-2a\cdot 3a\cdot\cos 112$$

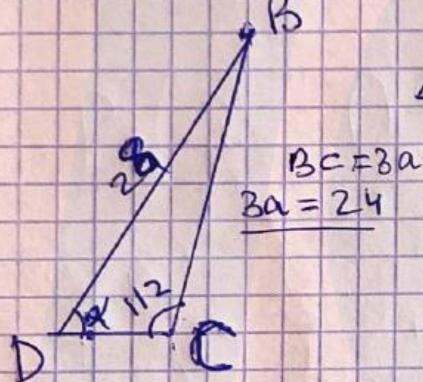
$$784=a^2+9a^2\underbrace{-6a^2\cdot\cos 112}_{+2.248a^2}$$

$$784=12.248a^2$$

$$\frac{784}{12.248}=a^2$$

$$\Rightarrow 64.01=a^2 \Rightarrow \boxed{8=a}$$

بالتقريب



ب. بحسب قانون ال sin في $\triangle BDC$

يتحقق:

$$\frac{\overset{DB}{28}}{\sin 112}=\frac{\overset{BC}{24}}{\sin\alpha}$$

$$28\sin\alpha=24\sin 112$$

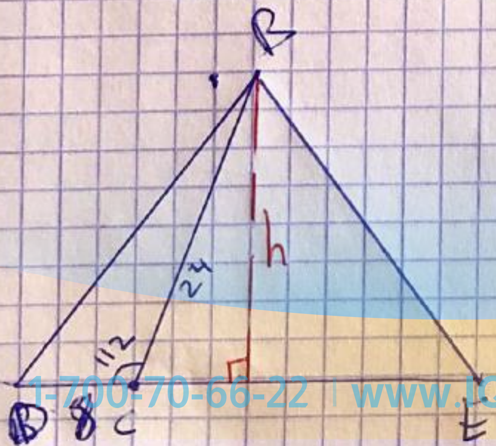
$$\sin\alpha=\frac{24}{28}\sin 112=0.7947$$

$$\boxed{\alpha=52.629}$$

$$\Rightarrow \boxed{\measuredangle BDC=52.629}$$

$$\Rightarrow \measuredangle DBC=180-112-52.629$$

$$\boxed{\measuredangle DBC=15.371}$$



ج. بحسب المعطى $S_{DBE}=356$

$$S_{BDC}=\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 24\cdot\sin 112=89$$

صيغة أخرى

$$S_{BDC}=\frac{h\cdot DC}{2}$$

$$S_{BDC}=\frac{h\cdot 8}{2}=89 \Rightarrow \boxed{h=\frac{89}{4}=22.25}$$

13

(ج) $S_{\Delta BDE}=356$ (ن) لما

$$S_{\Delta BDE} = S_{BDC} + S_{\Delta BCE}$$

$$356 = 89 + S_{\Delta BCE} \Rightarrow \boxed{S_{\Delta BCE} = 267}$$

$$S_{\Delta BCE} = \frac{h \cdot CE}{2} = 267$$

$$\frac{22.25}{2} \cdot CE = 267$$

$$CE = \frac{267 \cdot 2}{22.25} = 24$$

$$\boxed{CE = 24}$$

حل سؤال 6

أ. $f(x)=\frac{-1}{x+2}+\frac{k}{x+6}$ $\quad k$ براميتر

بحسب المعطيات يوجد للدالة نقطة قصوى في النقطة التي فيها $x=-3$ أي $f'(-3)=0$

$$f'(x)=-1\cdot\frac{-1}{(x+2)^2}\cdot 1+k\cdot\frac{-1}{(x+6)^2}\cdot 1$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{1}{(x+2)^2}-\frac{k}{(x+6)^2}}$$

$$f'(-3)=0 \Rightarrow \frac{1}{(-3+2)^2}-\frac{k}{(-3+6)^2}=0$$

$$\frac{1}{1}-\frac{k}{3^2}=0 \Rightarrow 1-\frac{k}{9}=0$$

$$\Rightarrow 1=\frac{k}{9} \Rightarrow \boxed{9=k}$$

إذاً: $\boxed{k=9} \Rightarrow \boxed{f(x)=\frac{-1}{x+2}+\frac{9}{x+6}}$

$$f'(x)=\frac{1}{x+2}-\frac{9}{(x+6)^2}$$

ب.1. مجال تعريف الدالة $x+6\neq 0$ أو $x+2\neq 0$

$\boxed{x\neq -2}$ أو $\boxed{x\neq -6}$

ب.2. بما أن المقام لا يساوي 0 عندما $x=-6$ أو $x=-2$

إذن خطوط التقارب هي $\boxed{x=-6}$, $\boxed{x=-2}$

خط تقارب أفقي:

$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{-1}{x+2}+\frac{9}{x+6}=\frac{-1}{\infty}+\frac{9}{\infty}=0$$

$y=0$ خط تقارب أفقي

3. النقاط القصوى $\Leftarrow f'(x)=0$

$$f'(x)=\frac{1}{(x+2)^2}-\frac{9}{(x+6)^2}=0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{(x+2)^2}=\frac{9}{(x+6)^2} \Rightarrow 9(x+2)^2=(x+6)^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{9(x+2)^2}=\sqrt{(x+6)^2}$$

$$\Rightarrow 3(x+2)=(x+6) \quad \text{او} \quad 3(x+2)=-(x+6)$$

$$3x+\cancel{6}=x+\cancel{6} \quad \text{او} \quad 3x+6=-x-6$$

$$2x=0 \Rightarrow \boxed{x=0} \qquad 4x=-12$$

$$\boxed{x=-3}$$

النقطة المعطاة في السؤال

نفحص النقاط حسب جدول:

x	$x<-6$	-6	$-6<x<-3$	-3	$-3<x<-2$	-2	$-2<x<0$	0	$x>0$
	$x=-7$		$x=-4$		$x=-2.5$		$x=-1$		$x=1$
$f'(x)$	$-$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$
$f(x)$	$\searrow$		$\searrow$	min	$\nearrow$		$\nearrow$	max	$\searrow$

$$f'(-7)=\frac{1}{(-7+2)^2}-\frac{9}{(-7+6)^2}=\frac{1}{25}-9<0$$

$$f'(-4)=\frac{1}{(-4+2)^2}-\frac{9}{(-4+6)^2}=\frac{1}{4}-\frac{9}{4}<0$$

$f(-3)=4$

$\boxed{(-3,4) \text{ min}}$

$$f'(-2.5)=\frac{1}{(-2.5+2)^2}-\frac{9}{(-2.5+6)^2}=4-\frac{9}{3.5^2}>0$$

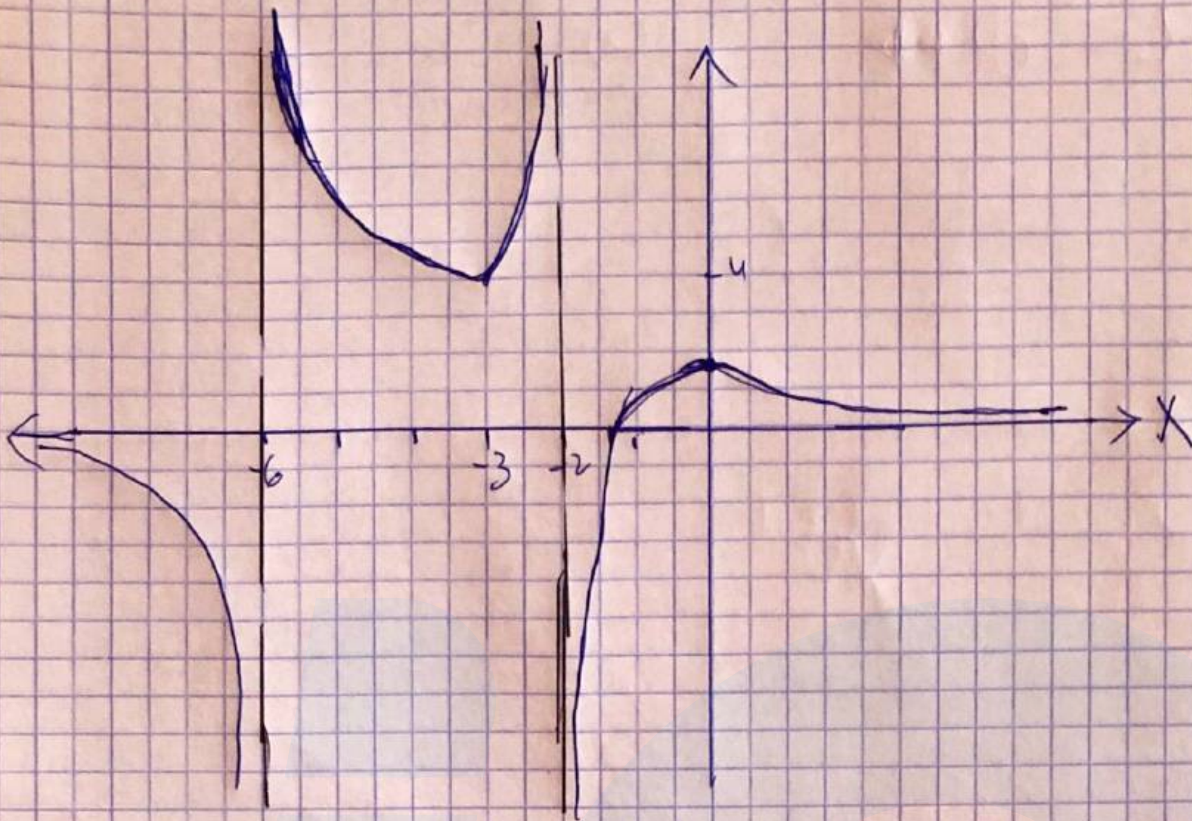
$f(0)=1$

$\boxed{(0,1) \text{ max}}$

$$f'(-1)=\frac{1}{(-1+2)^2}-\frac{9}{(-1+6)^2}=1-\frac{9}{25}>0$$

$$f'(1)=\frac{1}{(1+2)^2}-\frac{9}{(1+6)^2}=\frac{1}{9}-\frac{9}{49}<0$$

ب-4



$g(x) = f'(x)$ -ج

الدالة g عبارة عن مشتقة الدالة f

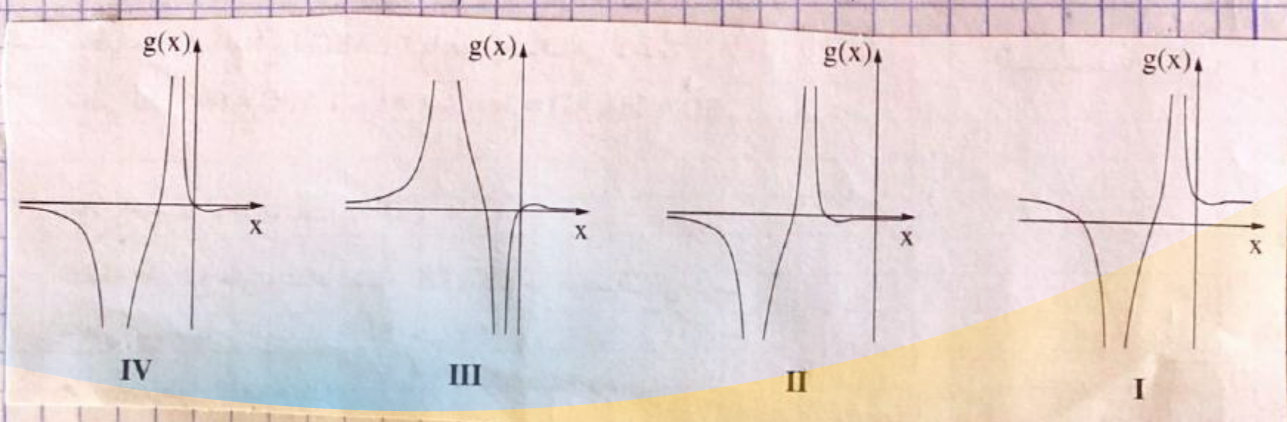
- النقاط القصوى للدالة f هي نقاط صفرية للدالة g

النقطة $(-3,4)$ هي مينيمام لـ f وبالتالي g قبل $x=-3$ سالبة وبعدها موجبة وبالتالي الرسم III غير ملائم.

النقطة $(0,1)$ مكسيمام لـ f وبالتالي هي نقطة صفرية لـ g وبالتالي الرسم II غير ملائم لأن الرسم لا يمر بـ $(0,0)$

والرسم I غير ملائم أيضًا لأنه لا يمر بـ $(0,0)$

من هنا الرسم الملائم هو رسم IV



حل سؤال 7

معطاة الدالة $f(x)=(x^2+2x+1)(2x-1)$ المعرفة لكل x

أ. نقاط تقاطع مع x ← $f(x)=0$

$0=(x^2+2x+1)(2x-1)$

حاصل ضرب قوسين يساوي صفر اذا كان أحدهم صفر

أي: $2x-1=0$ أو $x^2+2x+1=0$

$2x=1$ $\qquad$ $(x+1)^2=0$

$\boxed{x=\frac{1}{2}}$ $\qquad$ $x+1=0 \Rightarrow \boxed{x=-1}$

$$\boxed{\text{تقاطع مع } x \quad (\tfrac{1}{2},0) \quad (-1,0)}$$

تقاطع مع y ← $x=0$

$f(0)=(0^2+2\cdot0+1)(2\cdot0-1)$

$f(0)=1\cdot(-1)=-1$

$$\boxed{\text{اذاً التقاطع مع } x \quad (0,-1)}$$

ب. $f(x)=(x^2+2x+1)(2x-1)$

$f(x)=2x^3+4x^2\cancel{+2x}-x^2\cancel{-2x}-1$

$f(x)=2x^3+3x^2-1$

$f'(x)=6x^2+6x \Rightarrow \boxed{f'(x)=6x(x+1)}$

$f'(x)=0 \Rightarrow 6x=0$ او $x+1=0$

$\boxed{x=0}$ او $x+1=0$

$\boxed{x=-1}$

اذاً نقاط الشك هي $\boxed{x=-1}$ او $\boxed{x=0}$

تُصنَّف النقاط حسب إشارة المشتقة الثانية

$f'(x)=6x(x+1) \rightarrow f'(x)=6x^2+6x$

$f''(x)=12x+6$

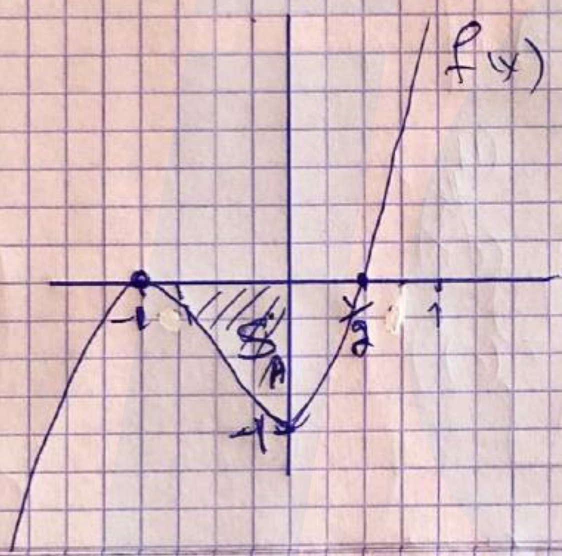
$f''(-1)=12(-1)+6=-6<0 \rightarrow max$

$f''(0)=12\cdot 0+6=6>0 \rightarrow min$

إذاً: $(-1,0)$ مكسيمال // $(0,-1)$ مينيمال

(النتائج من البند ج)

ه.



د. المساحة المطلوبة هي المساحة المخططة في الرسم أعلاه

وبما أن الدالة سالبة في المجال المخطط لذلك:

$$S_A=\left|\int_{-1}^{0} f(x)\,dx\right| = \left|\int_{-1}^{0}(2x^3+3x^2-1)\,dx\right| = \left|\left[-\frac{x^4}{2}-x^3+x\right]_{-1}^{0}\right|$$

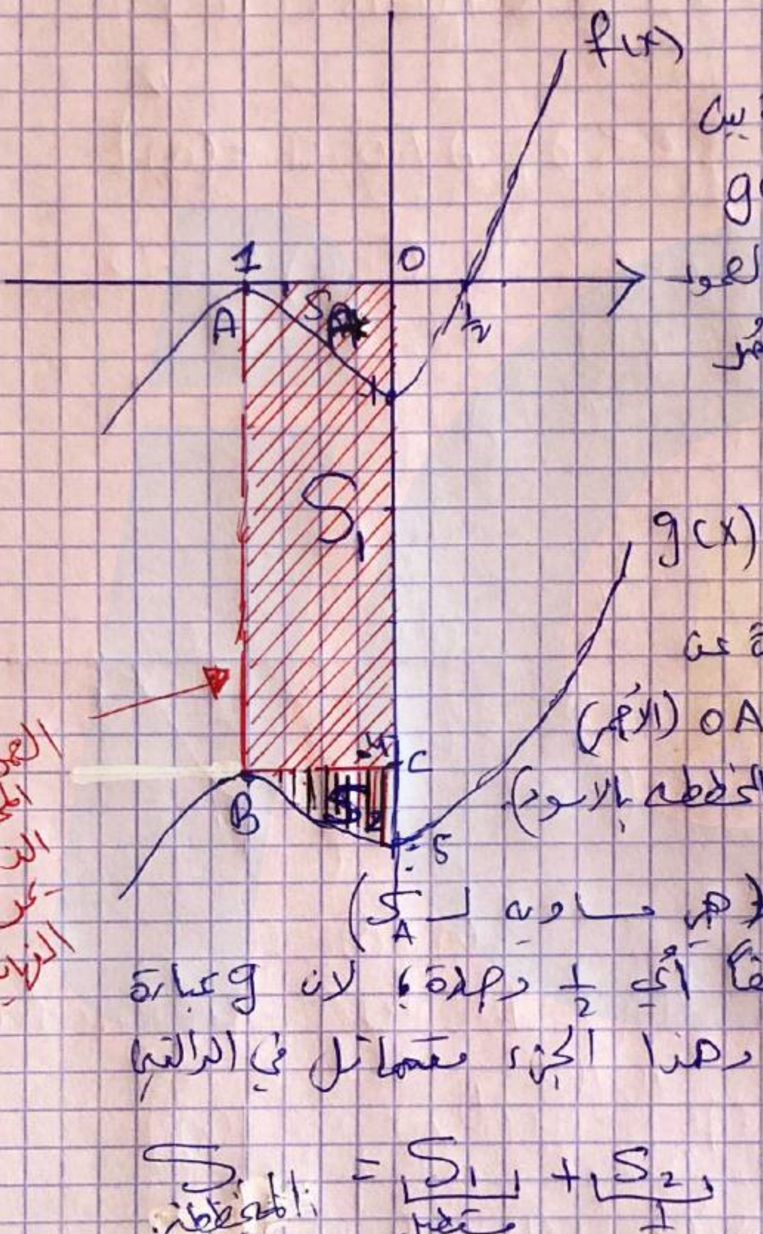
$$S_A=\left|\left[0-\left(-\frac{(-1)^4}{2}-(-1)^3+(-1)\right)\right]\right| = \left|0-\left(\frac{1}{2}+1-1\right)\right| = \left|-\frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2}$$

$$\boxed{S_A=\frac{1}{2}}$$

$g(x) = f(x) - 4$ (هـ)

الرسم البياني للدالة $g(x)$ عبارة عن ازاحة 4 وحدات الى الأسفل للدالة $f(x)$

نرسم الرسمين البيانيين للدالة f و g في نفس هيئة المحاور:



العمود على المحور x الذي يمر بنقطة الرأس العظمى

المساحة الواقعة في الربع الثالث والمحصورة بين الرسم البياني للدالة $g(x)$ والمحور x والمحور y والعمود على المحور x الذي يمر عبر نقطة الرأس العظمى هي المساحة المخططة المبيّنة بالرسم.

وهذه المساحة عبارة عن مساحة المستطيل OABC (بالأحمر) + المساحة S_2 (المخططة بالأسود)

المساحة $S_2 = S_A$ (هي مساوية لـ S_A) S_A التي حسبناها سابقاً أي $\frac{1}{2}$ وحدة، لأن g عبارة عن ازاحة لـ f وهذا الجزء متماثل في الدالتين

اذاً

$$S_{\text{المخططة}} = \underbrace{S_1}_{\text{مستطيل}} + \underbrace{S_2}_{\frac{1}{2}}$$

$$S_1 = 1 \cdot 4 = 4$$

$$\rightarrow S_{\text{المخططة}} = 4 + \frac{1}{2} =$$

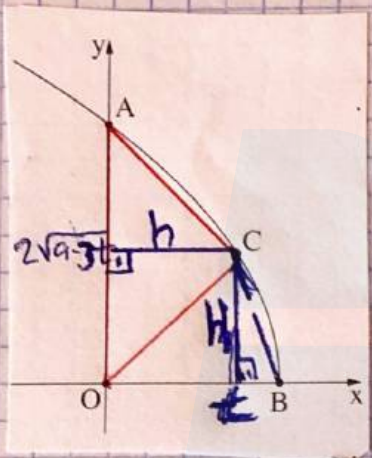
وبالتالي هذه المساحة أكبر بـ 4 وحدات من المساحة التي حسبناها في الفرع (د).

حل سؤال 8

$$f(x)=2\sqrt{9-3x}$$

أ- مجال تعريف الدالة $9-3x\geq 0 \Leftarrow 9\geq 3x \Leftarrow \boxed{3\geq x}$

ب. النقطة C تقع على الرسم البياني للدالة $f(x)$ بحيث $\boxed{x_c=t}$ ولذلك وبما أن C تحقق التمثيل الجبري للدالة



لذلك: $y_c=2\sqrt{9-3x_c}$

$y_c=2\sqrt{9-3t}$

أي أنّ $C:(t,2\sqrt{9-3t})$

ب- $S_{AOC}=\frac{OA\cdot h}{2}$

$\boxed{h=t}$

نجد احداثيات A: تقاطع الدالة مع y $(x=0)$

$f(0)=2\sqrt{9-3\cdot 0}=2\sqrt{9}=2\cdot 3=6$

أي أنّ $A(0,6)$ و $\boxed{OA=6}$

وبالتالي:

$S_{\Delta AOC}=\frac{OA\cdot h}{2}=\frac{6\cdot t}{2}=3t$

$\boxed{S_{\Delta AOC}=3t}$

$S_{BOC}=\frac{BO\cdot H}{2}$

$\boxed{H=y_c=2\sqrt{9-3t}}$

نجد احداثيات B (تقاطع الدالة مع x) $\leftarrow y=0$

$0=2\sqrt{9-3x} \Rightarrow 0=\sqrt{9-3x} \Rightarrow 0=9-3x \Rightarrow \boxed{3=x}$

أي أنّ $B(3,0)$ و $\boxed{OB=3}$

$S_{\Delta BOC}=\frac{3\cdot 2\sqrt{9-3t}}{2}=3\sqrt{9-3t} \Longrightarrow \boxed{S_{\Delta BOC}=3\sqrt{9-3t}}$

أ-1 الدالة التي تعبّر عن مجموع مساحتي المثلثين هي:-

$$M(t) = S_{\Delta AOB} + S_{\Delta BOC}$$

$$\boxed{M(t) = 3t + 3\sqrt{9-3t}}$$

$$M'(t) = 3 + \frac{3\cdot(-3)}{2\sqrt{9-3t}} = 3 - \frac{9}{2\sqrt{9-3t}}$$

$$\boxed{M'(t) = 3 - \frac{9}{2\sqrt{9-3t}}}$$

$$M'(t) = 0 \Rightarrow 3 - \frac{9}{2\sqrt{9-3t}} = 0$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{9}{2\sqrt{9-3t}} \Rightarrow 6\sqrt{9-3t} = 9$$

$$\sqrt{9-3t} = 1.5 \xrightarrow[\text{الطرفين}]{(\ )^2} 9 - 3t = 2.25$$

$$\Rightarrow 9 - 2.25 = 3t \Rightarrow 6.75 = 3t$$

$$\Rightarrow \boxed{2.25 = t}$$

نُصنِّف النقطة بواسطة جدول

t	2	2.25	2.5
$M'(t)$	+		−
$M(t)$	↗	max	↘

$$M'(2) = 3 - \frac{9}{2\sqrt{9-3\cdot2}} = 3 - \frac{9}{2\cdot\sqrt{3}} = 2.422 > 0$$

$$M'(2.5) = 3 - \frac{9}{2\sqrt{9-3(2.5)}} = -0.674 < 0$$

إذاً $t = 2.25 \Rightarrow max$

$$M(2.25) = 3(2.25) + 3\sqrt{9-3\cdot(2.25)} = \boxed{11.25}$$ أكبر مساحة (2n A)