# حل نموذج بجروت

# 481 (804)

# موعد صيف خاص

# 2021

# طاقم الرياضيات

# معهد IQ

# حل سؤال 1

نفرض ان الزمن الذي ساره القطار (ب) يوم الاحد هو $t$ ساعة

بما ان القطار (ب) توقف لمدة 12 دقيقة أي $\frac{12}{60}=\frac{1}{5}=0.2$ ساعة.

اذا زمن سير القطار (أ) هو $(t+0.2)$ ساعة

نبني جدولاً يُعبر عن حركة القطارين يوم الاحد

| | سرعة | زمن | مسافة |
|---|---|---|---|
| قطار (أ) | 80 | $t+0.2$ | $80(t+0.2)$ |
| قطار (ب) | 120 | $t$ | $120t$ |

بما ان القطاران خرجا من نفس النقطة لذلك حتى الالتقاء قطعا نفس المسافة؛ أي:

$$\Rightarrow 80(t+0.2)=120t \Rightarrow 80t+16=120t$$

$$\Rightarrow 16=120t-40t \Rightarrow 16=40t \Rightarrow t=\frac{16}{40}=0.4 \Rightarrow \boxed{t=0.4}$$

وبالتالي التقى القطاران بعد $t+0.2$ أي $\overbrace{0.4+0.2}^{0.6}$ ساعة

أي $60\cdot(0.6)=36$ دقيقة أي بالساعة $\boxed{14:36}$

ب) في يوم الاثنين:

سرعة القطار (أ): $80+x$ // سرعة (ب) $120-2x$

انطلق القطاران من نفس النقطة ونفس اللحظة وقطار (ب) توقف لمدة 6 دقائق او $\frac{6}{60}=0.1$ ساعة. التقى القطاران بعد 90 كم.

| | سرعة | زمن | مسافة |
|---|---|---|---|
| (أ) | $80+x$ | $\frac{90}{80+x}$ | 90 |
| (ب) | $120-2x$ | $\frac{90}{120-2x}$ | 90 |

زمن سير القطار (ب) أقل بـ 0.1 س من (أ) لذلك تتحقق:

$$\frac{90}{x+80}=0.1+\frac{90}{120-2x}$$

$$/\!/ (80+x)(120-2x) \quad 90(120-2x)=0.1\cdot(x+80)(120-2x)+90(x+80)$$

نفك الاقواس ونبسط ونحل المعادلة

ونحصل على: $\boxed{X=10}$ أي $\boxed{X = \text{ك/م}\ 10}$

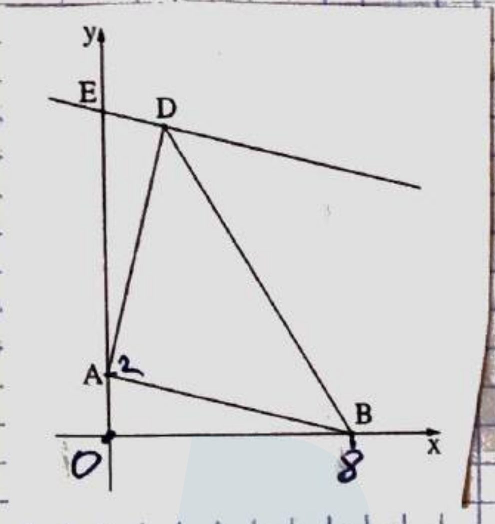
سؤال 2

أ. معادلة المستقيم AB هي

$AB: y = -\frac{1}{4}x + 2$

وبالتالي $A:(0,2)$

* تذكر التقاطع المستقيم مع y هي $(0,n)$ وبالمعادلة $\boxed{n=2}$




النقطة B تقع على المحور x ← $y_B = 0$

نعوض في معادلة المستقيم

$0 = -\frac{1}{4} \cdot x_B + 2 \Rightarrow \frac{1}{4}x_B = 2 \rightarrow \boxed{x_B = 8}$

اذا $B:(0,8)$.

المثلث OAB قائم الزاوية فيه $OA = 2$ $OB = 8$

حسب فيثاغورس:

$AB^2 = 8^2 + 2^2 = 64 + 4 = 68$

$AB^2 = 68 \rightarrow AB = \sqrt{68} = 8.246$

$\boxed{AB = 8.246}$

ب. النقطة D من الصورة $(2, y_D)$ ويتحقق $AD = AB = \sqrt{68}$

اذا $A(0,2)$

$AD = \sqrt{(\underbrace{2-0}_{2})^2 + (y_D - 2)^2} = \sqrt{68} = AB$

$\sqrt{4 + y_D^2 - 4y_D + 4} = \sqrt{68} \Rightarrow \sqrt{y_D^2 - 4y_D + 8} = \sqrt{68}$

نربع الطرفين:

$\rightarrow y_D^2 - 4y_D + 8 = 68 \Rightarrow \boxed{y_D^2 - 4y_D - 60 = 0}$

هذه معادلة تربيعية نحلها حسب الدستور ونحصل على

$y_1 = -6$ // $y_2 = 10$

وبما أن D تقع بالربع I

لذلك $\boxed{D:(2,10)}$

2.ب لكي نبرهن أن AD عمودياً على AB نبرهن أن

$(\text{ميل } AD)\cdot(\text{ميل } AB) = -1$

$\boxed{\text{ميل } AB = -\frac{1}{4}}$

نجد ميل AD : $A(0,2)$ $D:(2,10)$

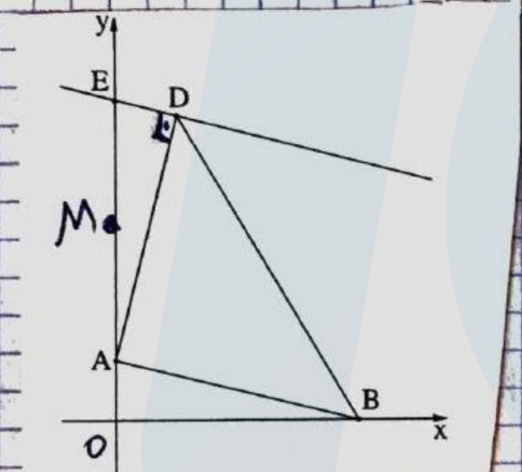
$$m_{AD} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{10-2}{2-0} = \frac{8}{2} = 4$$

إذاً:

$(\text{ميل } AD)\cdot(\text{ميل } AB)$

$(4)\cdot\left(-\frac{1}{4}\right) = \boxed{-1}$

وهو المطلوب




3. بما أننا برهنا أن $AB \perp AD$

و ED موازٍ لـ AB إذاً $ED \perp AD$

أي $\measuredangle EDA$ قائمة $= 90^\circ$.

وبالتالي الدائرة التي تحصر المثلث ADE

ستكون $\measuredangle D = 90^\circ$ محيطية وهنا

معناه أن AE هو قطر الدائرة

لأن الزاوية المحيطية المقابلة للقطر

هي زاوية قائمة. وعندها مركز الدائرة هو منتصف AE.

نجد احداثيات E:

$AB \parallel ED$ ولذلك لهم نفس الميل: $m_{ED} = -\frac{1}{4}$

ED يمر بالنقطة $D(2,10)$ وبالتالي معادلة ED هي:

$$ED: y = mx+n \Rightarrow 10 = -\frac{1}{4}\cdot 2 + n \Rightarrow \boxed{n = 10.5}$$

ومعادلة $\boxed{AD:\ y = -\frac{1}{4}x + 10.5}$ وبالتالي احداثيات $E:(0,10.5)$

نجد إحداثيات M (منتصف AE)

$$x_M = \frac{x_A + x_E}{2} = \frac{0+0}{2} = 0$$

$$y_M = \frac{y_A + y_E}{2} = \frac{2+10.5}{2} = 6.25 \Rightarrow M(0,6.25)$$

نصف قطر الدائرة هو R ويتحقق

$R = AM = EM = 6.25 - 2 = 4.25 \Rightarrow R = \boxed{4.25}$

اذاً معادلة الدائرة التي تحصر $\Delta AED$ :

$$(x-0)^2 + (y-6.25)^2 = (4.25)^2$$

$$\boxed{x^2 + (y-6.25)^2 = (4.25)^2}$$

ب. النقطة F تقع على الدائرة. و DF قطر بالدائرة

بما أن F تقع على الدائرة و DF قطر اذاً DF يمر بالنقطة M وبالتالي M هي منتصف DF.

نفرض $F(x_F, y_F)$ بما أن M منتصف DF اذاً يتحقق

$$x_M = \frac{x_D + x_F}{2} \qquad y_M = \frac{y_D + y_F}{2}$$

$$2 \cdot / \, 0 = \frac{2 + x_F}{2} \, / \cdot 2 \qquad 2 / \, 6.25 = \frac{10 + y_F}{2} \, / \, 2$$

$$0 = 2 + x_F \qquad 12.5 = 10 + y_F$$

$$\boxed{-2 = x_F} \qquad \boxed{2.5 = y_F}$$

$$\boxed{F(-2, 2.5)}$$

## سؤال 3

أ) نفرض عدد قطع الحلوى الكلي في الكيس هو X
حسب المعطيات يوجد في الكيس قطعتان فقط بطعم الليمون ولذلك:

الاحتمال لاخراج القطعة الأولى بطعم الليمون هو $\frac{2}{x}$

والاحتمال لاخراج الحبة الثانية ايضاً بطعم الليمون $\frac{1}{x-1}$

وحسب المعطيات يتحقق ان الاحتمال ان تكون القطعتان اللتان اخرجناهما بطعم الليمون هو $\frac{1}{153}$ اذاً يتحقق:

$$\frac{2}{x}\cdot\frac{1}{x-1}=\frac{1}{153}$$

نضرب بـ $x(x-1)$ $\Rightarrow \quad 2=\frac{x(x-1)}{153} = 206 = x^2-x$

$$\Rightarrow x^2-x-206=0$$

وهذه معادلة تربيعية نحلها حسب الدستور ونحصل على

$\boxed{x_1=18}$ $\qquad$ $x_2=-17$ X
غير ملائم

اذاً في الكيس يوجد 18 حبة منها اثنتان بطعم الليمون والباقي 16 حبة بطعم التوت.

ب) الاحتمال ان تكون الحبتان بطعم مختلف هو

$$P\left(\text{حبتان بطعم مختلف}\right)=\underbrace{\frac{2}{18}}_{\text{ليمون}}\cdot\underbrace{\frac{16}{17}}_{\text{توت}}+(\text{أو})\ \underbrace{\frac{16}{18}}_{\text{توت}}\cdot\underbrace{\frac{2}{17}}_{\text{ليمون}}=\boxed{\frac{64}{306}}=\boxed{\frac{32}{153}}$$

ج) 1. الاحتمال لاخراج حبة واحدة على الاقل بطعم التوت هو

$$P\left(\text{على الاقل واحدة توت}\right)=1-P\left(\text{الاثنتين ليمون}\right)=1-\frac{1}{153}=\boxed{\frac{152}{153}}$$

**ج)** معلوم انّنا أخرجنا حبة واحدة على الأقل بطعم التوت (ممكن الاثنتان) ونسأل عن الاحتمال أن تكون الحبتان بطعم مختلف.

$$P\left(\text{حبتان بطعم مختلف} \,\middle|\, \text{أخرجنا حبة على الأقل توت}\right) = \frac{P(\text{حبة توت وحبة ليمون})}{P(\text{حبة على الأقل توت})} =$$

$$P\left(\text{حبتان بطعم مختلف} \,\middle|\, \text{واحدة على الأقل توت}\right) = \frac{\frac{32}{153}}{\frac{152}{153}} = \frac{32}{152} = \boxed{\frac{4}{19}}$$

بحسب نتائج البنود السابقة

**د)**

$$P\left(\text{3 حبات بنفس الطعم}\right) = P\left(\text{3 حبات ليمون}\right) + P\left(\text{3 حبات توت}\right)$$

ولكن يجب الانتباه الى انه في الكيس يوجد فقط حبتان بطعم الليمون وبالتالي الاحتمال أن تكون الحبات الثلاث بطعم الليمون هو 0. أي:

$$P\left(\text{3 حبات ليمون}\right) = 0$$

<u>وبالتالي</u>

$$P\left(\text{3 حبات بنفس الطعم}\right) = P\left(\text{3 حبات توت}\right)$$

$$= \frac{16}{18} \cdot \frac{15}{17} \cdot \frac{14}{16} = \frac{35}{51}$$

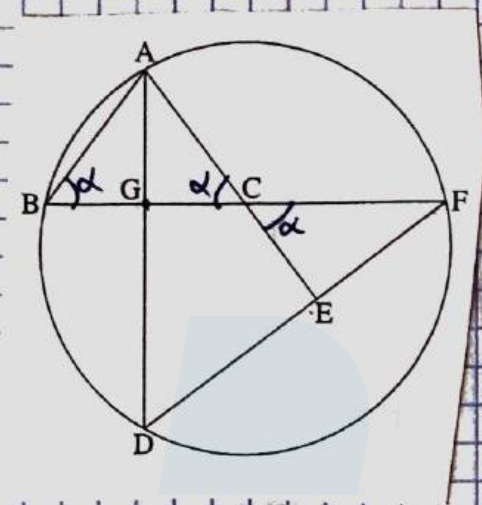
$$\boxed{P\left(\text{3 حبات بنفس الطعم}\right) = \frac{35}{51}}$$

## سؤال 4

1) حسب المعطيات $AB=AC$

ولذلك المثلث $ABC$ متساوي الساقين

وبالتالي $\sphericalangle ABC=\sphericalangle ACB=\alpha$




2) $\sphericalangle ACB=\sphericalangle ECF$ متقابلة بالرأس

اذاً $\sphericalangle ABC=\sphericalangle ACB=\sphericalangle ECF$

$\sphericalangle ABC=\sphericalangle ECF$

وهو المطلوب (أ)

ب) 3) $\sphericalangle BAD=\sphericalangle BFD$ زوايا محيطية مقابلة لنفس القوس $BD$

4) $\sphericalangle ABG=\sphericalangle FCE=\alpha$

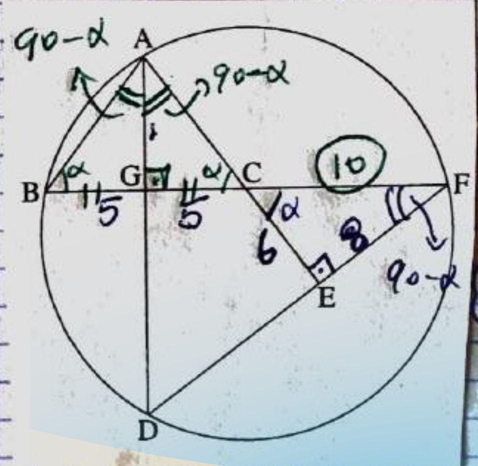
اذاً $\Delta AGB\sim\Delta FEC$

وهو المطلوب (ب)

ج) بما أن $AG$ تنصف $\sphericalangle BAC$ والمثلث $BAC$ متساوي الساقين

اذاً $AG$ ~~متوسط~~ وارتفاع على $BC$ أي ان $GC=BG$

و $\sphericalangle AGC=\sphericalangle AGB=90^\circ$




من (3) $\sphericalangle BAG=\sphericalangle BFD=90-\alpha$

$\sphericalangle ACG=\sphericalangle FCE=\alpha$ متقابلة بالرأس

اذاً في $\Delta CFE$ يتحقق

$\sphericalangle E=180-\alpha-(90-\alpha)=\boxed{90^\circ}$

وهو المطلوب (ج)

د) $BG=GC=5$ (من ج)

في $\Delta CEF$: $CF^2=6^2+8^2 \rightarrow \boxed{CF=10}$

$\Delta CEF\sim\Delta CGA$ من (ب) ومن التشابه يتحقق

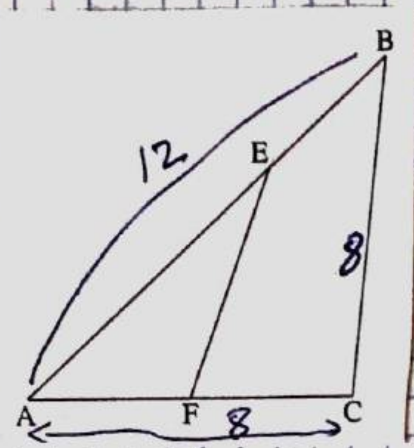


$\frac{AC}{CF}=\frac{GC}{CE} \Rightarrow \frac{AC}{10}=\frac{5}{6} \Rightarrow \boxed{AC=\frac{50}{6}=8\frac{1}{3}}$ 7

## سؤال 5

أ. بحسب قانون ال cos في $\Delta BAC$

$$\cos(\measuredangle BAC)=\frac{AB^2+AC^2-BC^2}{2AB\cdot BC}$$



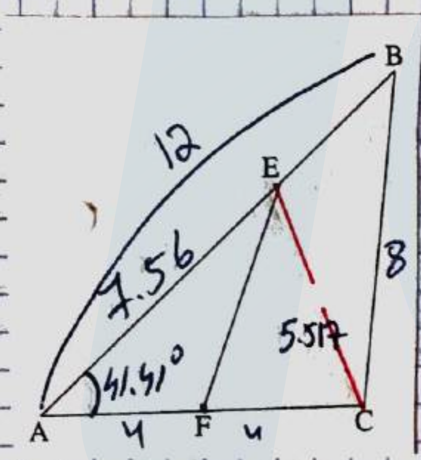

$$\cos(\measuredangle BAC)=\frac{\cancel{8^2}+12^2-\cancel{8^2}}{2\cdot 8\cdot 12}$$

$$\cos(\measuredangle BAC)=\frac{144}{192}=0.75$$

$$\boxed{\measuredangle BAC=41.41^\circ}$$

ب. بحسب المعطيات F هي منتصف AC $\Leftarrow AF=FC=4$

ويتحقق $S_{\Delta AEF}=10$




$$S_{\Delta AEF}=\frac{AE\cdot AF}{2}\cdot\sin(\measuredangle BAC)$$

$$10=\frac{AE\cdot \cancel{4}^{\,2}}{\cancel{2}}\cdot\sin(41.41^\circ)$$

$$\frac{10}{2\sin 41.41}=AE \rightarrow \boxed{AE=7.56}$$

ج. نجد أولاً CE ومن ثم نجد $\measuredangle ECB$:

بحسب قانون cos

في $\Delta AEC$ يتحقق $CE^2=AE^2+AC^2-2AE\cdot AC\cdot\cos(41.41)$

$$CE^2=(7.56)^2+8^2-2(7.56)^2\cdot 8\cdot\cos(41.41)$$

$$CE^2=30.433 \rightarrow \boxed{CE=5.517}$$

والآن: في $\Delta ECB$ يتحقق

$$EB=AB-AE=12-7.56$$

$$\boxed{EB=4.44} \rightarrow \cos\measuredangle ECB=\frac{CE^2+BC^2-EB^2}{2BC\cdot CE}$$

$$\cos\measuredangle ECB=\frac{(5.517)^2+8^2-(4.44)^2}{2(5.517)(8)}=0.8464 \Rightarrow \boxed{\measuredangle ECB=32.17}$$

(ب) الشكل الرباعي EBCF عبارة عن مثلثين $\Delta FEC$ و $\Delta ECB$

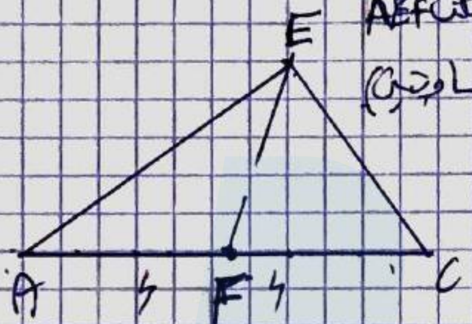
ومساحته تساوي مساحة المثلثين معاً.

$$S_{\square EFCB} = S_{\Delta EFC} + S_{\Delta BCE}$$

بما أن F منتصف AC و EF هو متوسط في المثلث AEC

لذلك مساحة المثلث EFC = مساحة المثلث AEF

(للمثلثين نفس الارتفاع وقاعدتين متساويتين)




معطى

$$S_{EAF} = 10 = S_{EFC}$$

$$S_{\Delta BEC} = \frac{BC \cdot EC}{2} \cdot \sin 32.17$$

$$S_{\Delta BEC} = \frac{8 \cdot (5.57)}{2} \cdot \sin 32.17$$

$$\boxed{S_{\Delta BEC} = 11.75}$$

إذاً:

$$S_{\square EFCB} = S_{\Delta EFC} + S_{\Delta BEC} = 10 + 11.75 = 21.75$$

$$\boxed{S_{\square EFCB} = 21.75}$$

سؤال 6

$$f(x) = \frac{3x^2}{x^2-4x+3} + a$$

أ. مجال تعريف الدالة $x^2-4x+3 \neq 0$

نجد حلول المعادلة التربيعية حسب الدستور فنحصل على

$x_1 = 1$ / $x = 3$

وبالتالي مجال تعريف الدالة $x \neq 1$ أو $x \neq 3$

ويمكن كتابته كالتالي: $3 < x$ أو $1 < x < 3$ أو $x < 1$

ب. خطوط تقارب عمودية:

$x = 1$ $\quad x = 3$ (البسط لا يساوي صفر في $x=1$ أو $x=3$)

* خطوط تقارب أفقية

$$y = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{3x^2}{x^2-4x+3} + a \longrightarrow \frac{3\cancel{x^2}}{3\cancel{x^2}} + a = 3+a$$

اذاً $y = 3+a$ هو خط تقارب أفقي للدالة عندما $x \to \pm\infty$

ج.

$$f'(x) = \frac{6x(x^2-4x+3) - (2x-4)\cdot 3x^2}{(x^2-4x+3)^2}$$

$$f'(x) = \frac{\cancel{6x^3} - 24x^2 + 18x - \cancel{6x^3} + 12x^2}{(x^2-4x+3)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-12x^2+18x}{(x^2-4x+3)^2} = \frac{6x(3-2x)}{(x^2-4x+3)^2}$$

$$f'(x) = \frac{6x(3-2x)}{(x^2-4x+3)^2}$$

$f'(x) = 0 \longrightarrow 6x(3-2x) = 0 \longrightarrow$ $\boxed{x=0}$ أو $\boxed{3-2x}=0 \longrightarrow \boxed{x=1.5}$

اذاً نقاط الشك هي $\boxed{x=0}$ أو $\boxed{x=1.5}$

## نصنف النقاط حسب جدول

| $x$ | $x<0$ $(-1)$ | $0$ | $0<x<1$ $(0.5)$ | $1$ | $1<x<1.5$ $(1.25)$ | $1.5$ | $1.5<x<3$ $(2)$ | $3$ | $x>3$ $(4)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ |
| $f(x)$ | $\searrow$ | min | $\nearrow$ | | $\nearrow$ | max | $\searrow$ | | $\searrow$ |

إشارة المشتقة تتحدد حسب إشارة البسط لأن المقام دائماً موجب

$$f'(x)=\frac{6x(3-2x)}{(x^2-4x+3)^2}$$

$$f'(-1) \rightarrow 6\cdot(-1)(3-2(-1)) = -6(+5) = -30 < 0$$

$$f'(0.5) = 6\cdot(0.5)(3-2\cdot(0.5)) = 3(2) = 6 > 0$$

$$f'(1.25) = 6(1.25)\cdot(3-2\cdot(1.25)) = 3\tfrac{3}{4} > 0$$

$$f'(2) = 6\cdot 2\cdot(3-2\cdot 2) = -12 < 0$$

$$f'(4) = 6\cdot 4\cdot(3-2\cdot 4) = -120 < 0$$

$$f(0) = \frac{3\cdot 0^2}{(\quad)} + a = a \Rightarrow (0,a)\ \text{min}$$

$$f(1.5) = \frac{3\cdot(1.5)^2}{(1.5)^2-4(1.5)+3} + a = \dots = a-9 \Rightarrow (1.5,\ a-9)\ \text{max}$$

إذاً $\text{max}(1.5,\ a-9)$ // $\text{min}(0,a)$

ل. حسب نتائج الجدول:

مجالات تصاعدية $\boxed{1<x<1.5 \text{ أو } 0<x<1}$

مجالات تنازلية:

$x<0$ أو $1.5<x<3$ أو $x>3$

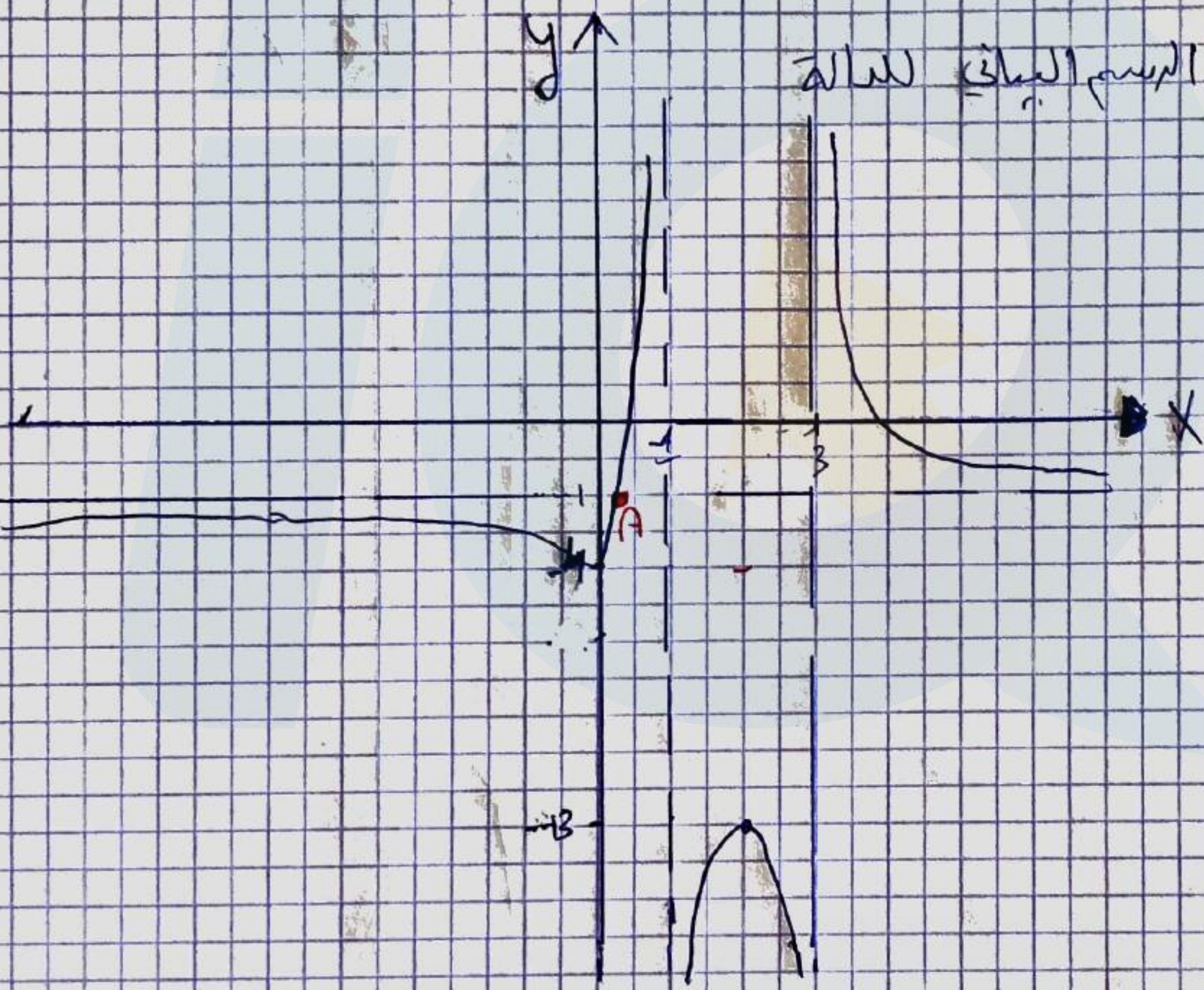
هـ) بحسب المعطى - خط التقارب الأفقي يقع تحت المحور X
أي $y = \underset{\text{عدد}}{\text{سالب}}$ : (خط التقارب الأفقي)

حسب البند (ب) خط التقارب الأفقي $y = 3 + a$
لذا ، $a = -4$ - يتحقق الشرط وعندها $\boxed{y = -1}$ خط أفقي

**والدالة:** $f(x) = \dfrac{3x^2}{x^2 - 4x + 3} - 4$

والنقاط القصوى هي: $min\ (0, -4)$
$max\ (1.5, -13)$

و) الرسم البياني للدالة




ز) المستقيم الذي يوازي المحور X معادلته من الصورة $y =$ عدد
ولكي يقطع المستقيم الدالة في نقطة واحدة فقط يجب هذا
ممكن في النقاط القصوى أي $y = -4$ // $y = -13$
أو $y = -1$ اذ أن خط التقارب الأفقي يقطع الدالة في
النقطة A إذا الأجوبة $\boxed{y = -13}$ $\boxed{y = -4}$ $\boxed{y = -1}$

سؤال 7

$$f(x)=\sqrt{x^2-10x+16}-5$$

أ- مجال تعريف الدالة هو $x^2-10x+16 \geq 0$

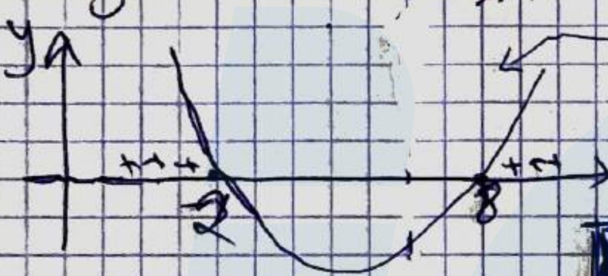
اي المجال الموجب للدالة التربيعية $g(x)=x^2-10x+16$

النقاط الصفرية ل $g(x)=x^2-10x+16=0$ هي: $x^2-10+16=0$

بحسب الدستور $\boxed{x_1=+8}$ $\boxed{x_2=2}$

وبالتالي الرسم البياني للدالة التربيعية $g(x)=x^2-10x+16$

هو من الصورة:




وبالتالي: مجال تعريف الدالة

هو

$$\boxed{x \geq +8 \quad \text{أو} \quad x \leq 2}$$

ب- مجالات تصاعدية وتنازلية

$$f'(x)=\frac{2x-10}{2\sqrt{x^2-10x+16}}=\frac{\cancel{2}(x-5)}{\cancel{2}\sqrt{x^2-10x+16}}=\frac{x-5}{\sqrt{x^2-10x+16}}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{x-5}{\sqrt{x^2-10x+16}}}$$

$f'(x)=0 \to x-5=0$

$\boxed{x=5}$

ولكن $x=5$ خارج مجال التعريف

ولذلك الدالة اما ان تكون تصاعدية أو تنازلية

في كل جزء من مجال تعريفها ، نفحص إشارة المشتقة

في كل جزء من مجال التعريف.

في المجال $x<2$ نختار $x=0$ ; $f'(0)=\frac{0-5}{4}=\frac{-5}{4}<0$

اذاً $\boxed{\text{في المجال } x<2 \text{ الدالة تنازلية}}$

في المجال $x>8$ نختار $x=9$

$f'(9)=\frac{9-5}{4}=\frac{4}{4}>0$

$\boxed{\text{اذاً في المجال } x>8 \text{ الدالة تصاعدية}}$

ج. تقاطع مع المحاور:

تقاطع مع y ← $x=0$ $\quad f(0)=-5+\sqrt{0^2-10\cdot 0+16}$

$f(0)=-5+\sqrt{16}=-5+4=-1$

$\boxed{\text{تقاطع مع } y \quad (0,-1)}$

تقاطع مع X ← $y=0$

$0=-5+\sqrt{x^2-10x+16}$

$5=\sqrt{x^2-10x+16} \xrightarrow[\text{الطرفين}]{\text{تربيع}} 25=x^2-10x+16$

$\Rightarrow x^2-10x+16-25=0 \Longrightarrow x^2-10x-9=0$

نحل المعادلة:

$x_{1,2}=\frac{10\mp\sqrt{(-10)^2-4\cdot 1\cdot(-9)}}{2\cdot 1}$

$x_{1,2}=\frac{10\mp\sqrt{100+36}}{2}=\frac{10\mp\sqrt{136}}{2}=\frac{10\mp 11.662}{2}$

$x_1=10.83 \qquad x_2=-0.83$

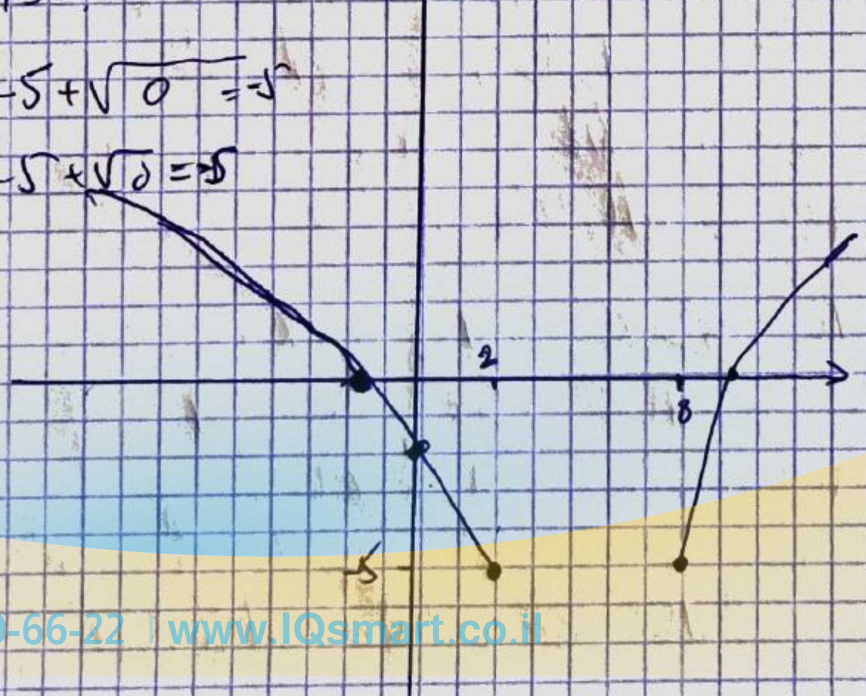
$\boxed{\text{تقاطع مع } x \quad (-0.83,0)\ //\ (10.83,0)}$

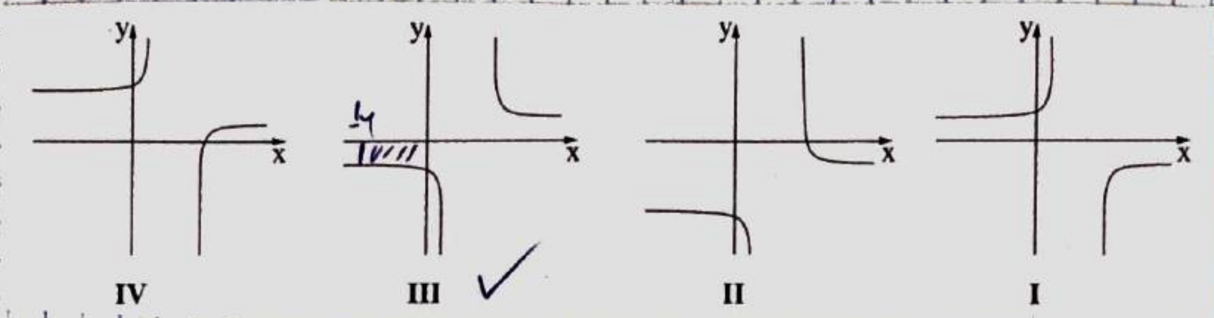
نجد قيم الدالة في الأطراف

$f(2)=-5+\sqrt{0}=-5$

$f(8)=-5+\sqrt{0}=-5$

د






بحسب البنود السابقة استنتجنا أن $f'(x)$ تحقق:

$f'(x)>0$ في المجال $x>8$

$f'(x)<0$ " " $x<2$

والرسم الذي يحقق هذه الشروط هو III فقط

و. المساحة المطلوبة هي المساحة المخططة في الرسم III

وبما أن المشتقة سالبة في ذلك المجال لذلك:

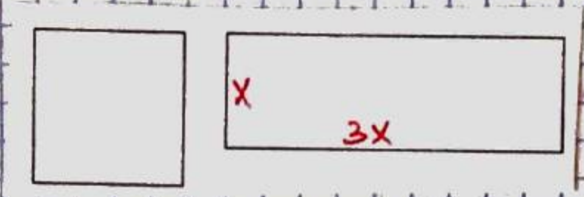
$$S=\left|\int_{-4}^{0} f'(x)\,dx\right| = \left|f(x)\right|_{-4}^{0} = \left|f(0)-f(-4)\right|$$

$$=\left|-5+\sqrt{x^2-10x+16}\right|_{-4}^{0} =$$

$$=\left|\left(-5+\sqrt{\underbrace{0^2-10\cdot 0+16}_{16}}\right)-\left(-5+\sqrt{\underbrace{(-4)^2-10\cdot(-4)+16}_{16+40+16}}\right)\right|$$

$$=\left|(\cancel{-5}+4)-(\cancel{-5}+\sqrt{72})\right| = \boxed{\left|4-\sqrt{72}\right| = 4.488}$$

## سؤال 8




أ. بحسب المعطيات:

• طول المستطيل = 3 أضعاف عرضه

نفرض عرض المستطيل $x$ إذاً طوله $3x$

• محيط المستطيل والمربع $= a$

محيط المستطيل هو $2x+2\cdot 3x \leftarrow 8x$

نفرض محيط المربع $y$، إذاً يتحقق

$$y+8x=a \Longrightarrow y=a-8x$$

إذاً محيط المربع $a-8x$ وبالتالي طول ضلع المربع

هو $\frac{a-8x}{4} \leftarrow \boxed{\frac{a}{4}-2x}$

ب. مساحة المستطيل هي $x\cdot 3x = 3x^2$

مساحة المربع هي $\left(\frac{a}{4}-2x\right)^2 \rightarrow \frac{a^2}{16}-2\cdot\frac{a}{4}\cdot 2x+4x^2$

مساحة المربع $= \frac{a^2}{16}-ax+4x^2$

مساحة المربع والمستطيل

$$S(x)=3x^2+\frac{a^2}{16}-ax+4x^2$$

$$S(x)=7x^2-ax+\frac{a^2}{16}$$

مجال القيم لـ $x$ هو $\frac{a}{4}-2x>0$ وأيضاً $x>0$

لـ $\frac{a}{4}>2x$

$\boxed{\frac{a}{8}>x \text{ وأيضاً } x>0}$

$\boxed{0<x<\frac{a}{8}}$

$$S'(x)=14x-a=0$$

$$14x-a=0$$

$$14x=a$$

$\boxed{x=\frac{a}{14}}$ ضمن المجال

نفحص إشارة المشتقة الثانية لكي نحدد إن النقطة $x=\frac{a}{14}$ هي min

$S''(x)=14>0$

لذلك $\boxed{x=\frac{a}{14} \text{ هي min}}$

جـ. ضلع المربع هو 3 عندما تكون المساحة اصغر ما يمكن حسب البنود السابقة:

$$\text{ضلع المربع} = \frac{a}{4} - 2x$$

في المساحة الصغرى $x = \frac{a}{14}$

$$\Rightarrow \text{ضلع المربع} = \frac{a}{4} - 2\cdot\frac{a}{14} = \frac{a}{4} - \frac{a}{7}$$

ونحقق أنّ:

$$\cdot 28 \;/\; \frac{a}{4} - \frac{a}{7} = 3 \;/\; \cdot 28$$

$$7a - 4a = 84$$

$$3a = 84$$

$$a = \frac{84}{3} = 28$$

$$\boxed{a = 28}$$