# حل نموذج بجروت

# (805) 482

# موعد شتاء متأخر

# 2021

# طاقم الرياضيات

# معهد IQ

السؤال الأول:

$a_n = 4n+1$ ، $b_n = 9-2n$

(أ) ①

$a_1 = 4\cdot 1 + 1$

$\boxed{a_1 = 5}$

$b_1 = 9 - 2\cdot 1$

$\boxed{b_1 = 7}$

② نبرهن أن:

$a_n - a_{n-1} = d_a$

$4n+1 - [4(n-1)+1] =$

$4n+1 - 4n + 4 - 1 =$

$4 = d_a$

$d_a$ ثابت

إذن: $a_n$ متوالية حسابية فرقها 4

$b_n - b_{n-1} = d_b$

$9-2n - (9-2(n-1)) =$

$9-2n-9+2n-2 =$

$-2 = d_b$

$d_b$ ثابت

إذن: $b_n$ متوالية حسابية فرقها $-2$

(ب) ①

$S_k = \frac{k}{2}(2a_1 + d(k-1)) = 860$

$\frac{k}{2}(2\cdot 5 + 4(k-1)) = 860$

$k(4k+6) = 1720$

$4k^2 + 6k - 1720 = 0$

$2k^2 + 3k - 860 = 0$

$\frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4\cdot 2(-860)}}{4}$

$\frac{-3 \pm 83}{4}$

$\boxed{-21.5}$ مرفوض لأن $k > 0$

$\boxed{20}$

$\Rightarrow \boxed{k = 20}$

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

$K=20$ ②

$$S_{b_{20}} = \frac{20}{2}(b_1 \cdot 2 + d_b(20-1))$$

$$S_{b_{20}} = 10(7 \cdot 2 - 2 \cdot 19) = \boxed{-240}$$

مجموع K الحدود الأولى للمتوالية $b_n$

$$C_n = a_n - b_n \quad (أ)$$

إذا تحقق أن: $C_n - C_{n-1} = d_c$

إذًا المتوالية $C_n$ هي متوالية حسابية.

$$* C_{n-1} = a_{n-1} - b_{n-1} = \overbrace{4(n-1)+1}^{4n-4} - (9 - \overbrace{2(n-1)}^{-2n+2})$$

$$C_{n-1} = 4n - 3 - 9 + 2n - 2 = \underline{6n - 14}$$

$$* C_n = a_n - b_n = 4n + 1 - (9 - 2n) = 4n + 1 - 9 + 2n$$

$$C_n = \underline{6n - 8}$$

$$C_n - C_{n-1} = 6n - 8 - (6n - 14) = 6n - 8 - 6n + 14$$

$$C_n - C_{n-1} = \underline{6 = d_c}$$

عدد ثابت إذًا $C_n$ متوالية حسابية.

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

(ב)

$$S_{(20)} = \frac{20}{2}\left(2 \cdot C_1 + d_c(20-1)\right)$$

$$C_1 = a_1 - b_1 = 5 - 7 = \underline{-2}$$

$$S_{(20)} = 10\left(2(-2) + \overbrace{6 \cdot 19}^{110}\right) = \boxed{1100}$$

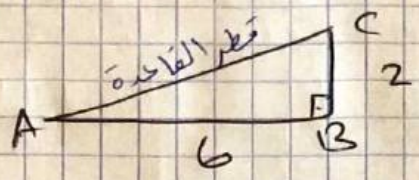
סכום הגדות ה-20 הראשונות של הסדרה $C_n$.

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

## السؤال الثاني :

$SC = 4$ , $AB = 6$ , $BC = 2$

(أ) حسب فيثاغورس :

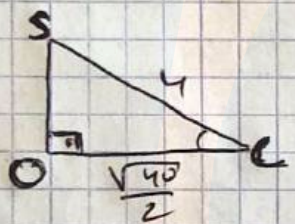



$$(AC)^2 = (BC)^2 + (AB)^2$$

$$AC^2 = 4 + 36 = 40$$

$$\boxed{AC = \sqrt{40}}$$

(ب) ① نعرف أن O هي منتصف القطر AC , $OC = \frac{AC}{2}$




الزاوية المطلوبة هي $\measuredangle SCO$ .

$$OC = \frac{1}{2} \cdot AC = \frac{\sqrt{40}}{2}$$

$$\frac{OC}{SC} = \cos(\measuredangle SCO)$$

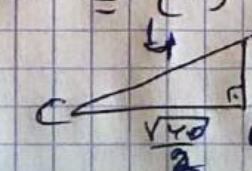
$$\frac{\frac{\sqrt{40}}{2}}{4} = \cos(\measuredangle SCO)$$

$$\frac{\sqrt{40}}{8} = \cos(\measuredangle SCO)$$

$$\boxed{\measuredangle SCO = 37.76^\circ}$$

② $SO$ هو ارتفاع في $\triangle ASC$

في $\triangle SO$ :




$$SO^2 + CO^2 = SC^2$$

$$SO^2 + 10 = 16$$

$$SO^2 = 6$$

$$\boxed{SO = \sqrt{6}}$$

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

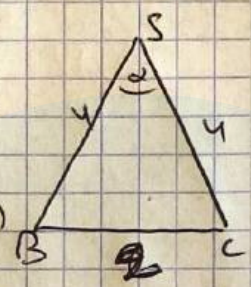
$$S_{\triangle ASC} = \frac{AC \cdot SO}{2} = \frac{\sqrt{40} \cdot \sqrt{6}}{2}$$

$$\boxed{S_{\triangle ASC} = 7.746 \text{ יחידות שטח}}$$

(ד) ① כל הפאות הצדדיות שוות שוקיים וחופפות

$$SC = SB = SA = SD = 4$$

$\triangle SCB$:




משפט הקוסינוסים:

$$(BC)^2 = (BS)^2 + (SC)^2 - 2 \cdot BS \cdot SC \cdot \cos(\alpha)$$

$$4 = 16 + 16 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \cos(\alpha)$$

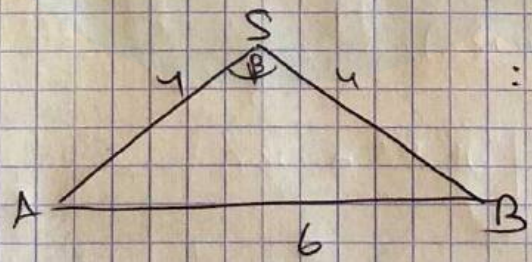
$$-28 = -32\cos(\alpha)$$

$$\frac{7}{8} = \cos(\alpha)$$

$$\boxed{\alpha = 28.955^\circ}$$

$$\boxed{\sphericalangle BSC = \sphericalangle ASD = 28.955^\circ}$$

$\triangle ASB$:




משפט הקוסינוסים:

$$AB^2 = AS^2 + SB^2 - 2 \cdot AS \cdot SB \cos(\beta)$$

$$36 = 16 + 16 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \cos(\beta)$$

$$4 = -32\cos(\beta)$$

$$-0.125 = \cos(\beta)$$

$$\boxed{\beta = 97.18^\circ} \Rightarrow \boxed{\sphericalangle ASB = \sphericalangle DSC = 97.18^\circ}$$

1-700-70-6622 www.IQsmart.co.il

(2)

$S_{\triangle SBC} = S_{\triangle ASD}$

$S_{\triangle ASB} = S_{\triangle DSC}$

$S_{\triangle SBC} = \frac{SB \cdot SC \cdot \sin(\alpha)}{2} = \frac{4 \cdot 4 \cdot \sin(28.955)}{2} = \boxed{3.87 \text{ יח"ר}}$

$S_{\triangle ASB} = \frac{AS \cdot SB \cdot \sin(\beta)}{2} = \frac{4 \cdot 4 \cdot \sin(97.18)}{2} = \boxed{7.94 \text{ יח"ר}}$

שטח הפאות ⇐

$2 \cdot S_{\triangle SBC} + 2 \cdot S_{\triangle ASB} = 2 \cdot 3.87 + 2 \cdot 7.94$

$= 7.746 + 15.88 = \boxed{23.626 \text{ יח"ר}}$

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

## السؤال الثالث:

$$f(x) = -\frac{1}{2}\cos(2x) + \cos(x) + C$$

$$-\pi \le x \le \pi$$

(ا)

$$f'(x) = -\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (-\sin(2x)) + (-\sin(x))$$

$$\boxed{f'(x) = \sin(2x) - \sin(x)}$$

$f'(x) \equiv 0$ ، نساوي

$$0 = \sin(2x) - \sin(x)$$

$$\sin(2x) = \sin(x)$$

$$2x = x + 2\pi k$$

$$x = 2\pi k$$

$k = 0$ ، $\boxed{x = 0}$

$k = 1 \rightarrow x = 2\pi$ خارج المجال

$k = -1 \rightarrow x = -2\pi$ خارج المجال

$$2x = (\pi - x) + 2\pi k$$

$$3x = \pi + 2\pi k \;/\!: 3$$

$$x = \frac{\pi + 2\pi k}{3}$$

$k = 1$ ، $x = \frac{3\pi}{3}$

$$\boxed{x = \pi}$$

$k = -1$ ، $x = \frac{\pi - 2\pi}{3}$

$$\boxed{x = -\frac{\pi}{3}}$$

$k = 2$ ، $x = \frac{5\pi}{3} \notin$ خارج المجال.

$k = -2$ ، $x = \frac{\pi - 4\pi}{3} = \boxed{-\pi}$

$k = 0$ ، $\boxed{x = \frac{\pi}{3}}$

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

| $x=-\pi$ | $-\pi<x<-\frac{\pi}{3}$ | $x=-\frac{\pi}{3}$ | $-\frac{\pi}{3}<x<0$ | $x=0$ | $0<x<\frac{\pi}{3}$ | $x=\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{3}<x<\pi$ | $x=\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | 0 | + | 0 | − | 0 | + | 0 | − | 0 |
| $f(x)$ | min | ↗ | max | ↘ | min | ↗ | max | ↘ | min |

$f'(-0.5\pi) = \sin(2\cdot(-0.5)\pi) - \sin(-0.5\pi) = +1$

$f'(-0.1\pi) = \sin(-0.2\pi) - \sin(-0.1\pi) = -0.28$

$f'(0.1\pi) = \sin(0.2\pi) - \sin(0.1\pi) = 0.88$

$f'(0.5\pi) = \sin(\pi) - \sin(\frac{\pi}{2}) = -1$

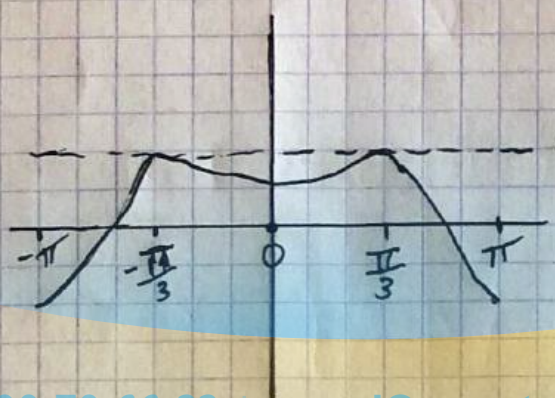
$f'(\pi) = \sin(2\pi) - \sin(\pi) = 0$

$f(x=\pi)$ min  $(x=0)$ min

$(x=\frac{\pi}{3})$ max  $(x=-\frac{\pi}{3})$ max

$(x=-\pi)$ min

ويمكن تمثيلها حسب الرسم المرفق




1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

(ب) $f(\frac{\pi}{3}) = 1.25$ لأن المستقيم $y=1.25$ يمس الدالة في نقاط max

① $1.25 = \frac{-\cos(2\frac{\pi}{3})}{2} + \cos(\frac{\pi}{3}) + c$

$1.25 = 0.25 + 0.5 + c$

$\boxed{c = 0.5}$

② $f(0) = \frac{-\cos(0)}{2} + \cos(0) + 0.5 = 1$ ($-\frac{1}{2}$ , $1$)

$f(\pi) = -\frac{\cos(2\pi)}{2} + \cos(\pi) + 0.5 = -1$

$f(-\pi) = -\frac{\cos(-2\pi)}{2} + \cos(-\pi) + 0.5 = -1$

$\boxed{(0,1)}$ $\boxed{(\pi,-1)}$ $\boxed{(-\pi,-1)}$

(د) $g(x) = f(x) + b$

$g(x)$ هي دالة إزاحة للدالة $f(x)$ على محور y.

* من أجل أن يمس المستقيم $y=0.25$ الدالة $g(x)$ يجب أن نقوم بإزاحة الدالة $f(x)$ بوحدة واحدة إلى اتجاه السالب لمحور y.

* من هنا: $\boxed{b=-1}$.

* إمكانية أخرى هي أن يمس المستقيم $y=0.25$ الدالة في النقطة القصوى التي إحداثيها الـ x هو صفر.

من هنا: نقوم بإزاحة الدالة $f(x)$ حتى تصبح النقطة $(0,0.25)$ نقطة قصوى أي: $\boxed{b=-\frac{3}{4}}$

* الإمكانية الثالثة: أن تمس المستقيم الدالة في النقاط القصوى $x=\pm\pi$

من هنا يجب إزاحة الدالة $g(x)$ بمقدار $1.25$ وحدات نحو الاتجاه الموجب لمحور y، أي: $\boxed{b=1.25}$

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

السؤال الرابع :

$a>0, \quad f(x)=\frac{a\cdot e^x}{e^x-a}$

(أ) (1) $e^x-a\neq 0$

$e^x\neq a$

$x\neq \ln(a)$ مجال تعريف الدالة .

والخط التقارب العامودي هو $x=\ln(a)$ .

(2) تقاطع الدالة مع محور y :

$f(0)=\frac{a\cdot e^0}{e^0-a}=\frac{a}{1-a}$

$\Rightarrow \left(0, \frac{a}{1-a}\right)$

تقاطع الدالة مع محور x :

$0=\frac{a\cdot e^x}{e^x-a}$

$a\cdot e^x=0$

لا يوجد تقاطع للدالة مع محور y .

لكل $x$ $e^x>0$ لما ان $a>0$ اذا

(ب)

$f'(x)=\frac{a\cdot e^x(e^x-a)-e^x(ae^x)}{(e^x-a)^2}$

$f'(x)=\frac{ae^{2x}-a^2e^x-ae^{2x}}{(e^x-a)^2}$

$f'(x)=\frac{-a^2\cdot e^x}{(e^x-a)^2}$

المقام موجب لكل $x$ في مجال التعريف

$f'(x)<0$ ، $-a^2\cdot e^x=0$

$a^2>0$ و $e^x>0$ بالتالي $f'(x)<0$ لكل $x$ في مجال التعريف

1-700-70-66-22 www.IQsmart.co.il

ב. הנה תחומי עלייה וירידה של הפונקציה:

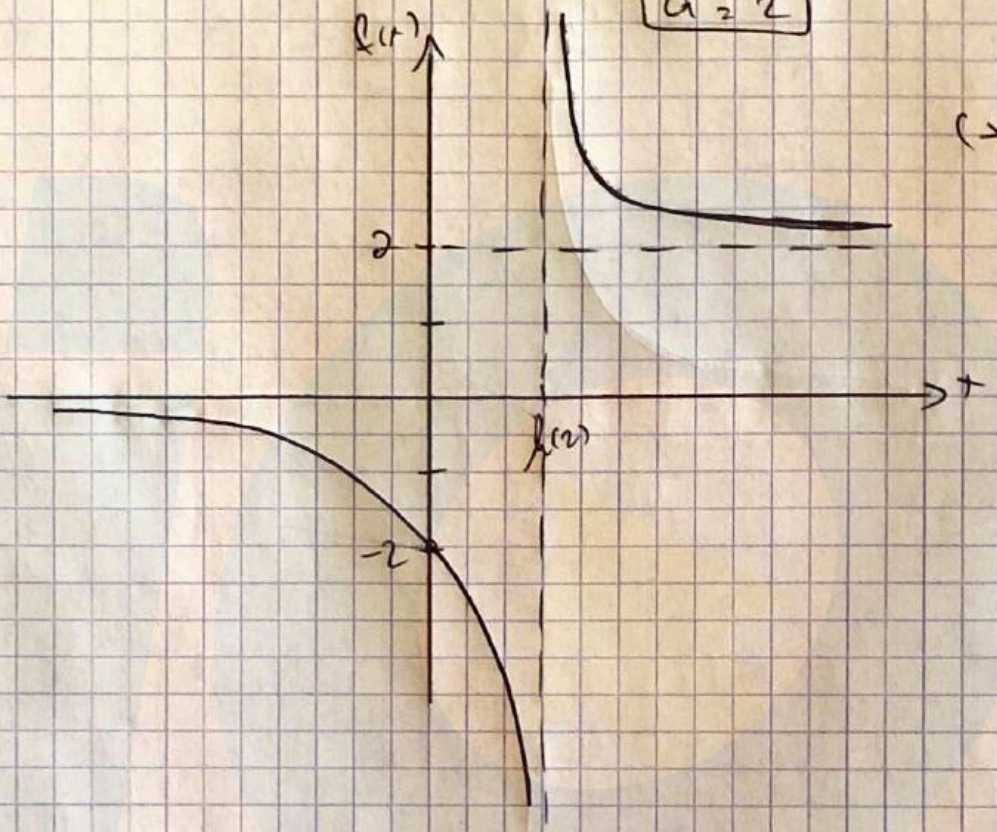
$\boxed{x > \ln(a)}$ ; $\boxed{x < \ln(a)}$

(ד) $\frac{(1-a)}{-2} = \frac{a}{1-a}$

$-2+2a = a$

$\boxed{a = 2}$

(ג)




(ה) $g(x) = |f(x)|$

$g(0) = |f(0)| = |-2| = 2$

$\boxed{(0,2)}$

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

## السؤال الخامس :

$f(x) = x^2 - 4$

(P) ① تقاطع مع محور x :

$0 = x^2 - 4$

$x^2 = 4$

$x_{1,2} = \pm 2$

$(2,0)$ $(-2,0)$

تقاطع مع محور y :

$f(0) = 0 - 4$

$f(0) = -4$

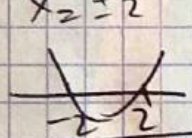
$(0,-4)$

② $f(x) > 0$ مجالات موجبة

$x^2 - 4 > 0$

$x^2 - 4 = 0$ *

$x_{1,2} = \pm 2$




$x < -2$ أو $x > 2$ : +

مجالات سالبة :

$f(x) < 0$

$x^2 - 4 < 0$

$x^2 - 4 = 0$ *

$x_{1,2} = \pm 2$




$-2 < x < 2$ : −

(ب) ① $g(x) = h(f(x))$

$f(x) > 0$

حل المتباينة السابقة : $x \leq -2$ أو $x \geq 2$

② $x = 2$ ، $x = -2$ خطوط تقارب عامودية للدالة $f(x)$.

③ $0 = h(f(x))$

$f(x) = 1$

$1 = x^2 - 4$

$x^2 = 5$

$x_{1,2} = \pm\sqrt{5}$

$(\sqrt{5}, 0)$

$(-\sqrt{5}, 0)$

1-700-70-66-22 www.IQsmart.co.il