حل نموذج بجروت

(802) 381

موعد شتاء متأخر

2021

طاقم الرياضيات

معهد IQ

מתמטיקה, מועד חורף מאוחר, תשפ"א, 2021, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، موعد شتاء متأخّر، 2021، رقم 035381 + ملحق

الأسئلة

في هذا النموذج ستّة أسئلة. لإجابة كاملة عن سؤال تحصل على 30 درجة. يُسمح لك الإجابة بشكل كامل أو جزئيّ، عن عدد أسئلة كما تشاء، لكن مجموع الدرجات التي تستطيع تجميعها في هذا النموذج لن يزيد عن 100.

اكتب جميع الحسابات والإجابات في نموذج الامتحان.

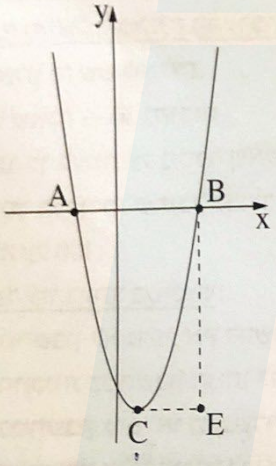
انتبه! فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح.

عدم التفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

الجبر

1. معطاة الدالّة $f(x)=x^2-2x-8$.

الدالّة تقطع المحور x في النقطتين A وَ B، كما هو موصوف في الرسم الذي أمامك.



أ. جد إحداثيّات النقطتين A وَ B.

ب. جد إحداثيّات رأس القطع المكافئ، C.

ج. مرّروا عبر النقطة B مستقيمًا يوازي المحور y،
ومرّروا عبر النقطة C مستقيمًا يوازي المحور x.
المستقيمان يلتقيان في النقطة E (انظر الرسم).

(1) جد إحداثيّات النقطة E.

(2) جد مساحة المثلّث BCE.

أ) النقطتان A و B هما نقطتا صفر للدالة
أي يتحقق $x^2-2x-8=0$
وهذه معادلة تربيعية نحلها حسب الدستور
$a=1$
$b=-2$
$c=-8$

$$x_{1,2}=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4(1)(-8)}}{2\cdot1}=\frac{2\pm\sqrt{4+32}}{2}$$

$$x_{1,2}=\frac{2\pm\sqrt{36}}{2}=\frac{2\pm6}{2}$$

$$x_1=\frac{2+6}{2}=\frac{8}{2}$$

$$x_1=4$$

$$x_2=\frac{2-6}{2}=\frac{-4}{2}$$

$$x_2=-2$$

A: (-2, 0) B (4, 0)

/ يتبع في صفحة 5 /

1-700-70-66-22 www.IQsmart.co.il

לא לכתוב באזור זה / لا تكتب في هذه المنطقة

מתמטיקה, מועד חורף מאוחר, תשפ"א, 2021, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، موعد شتاء متأخّر، 2021، رقم 035381 + ملحق

ب. الإحداثي x لرأس القطع المكافئ يتحقق:

$$x_C = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2 \cdot 1} = \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow \boxed{x_C = 1}$$

نعوض في الدالة ونجد y

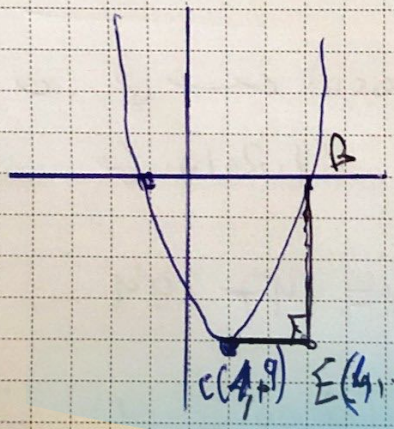
$$y_C = f(1) = 1^2 - 2 \cdot 1 - 8 = 1 - 2 - 8 = -9 \quad \boxed{C(1,-9)}$$

ج. BE مستقيم موازٍ للمحور y ← المستقيم الموازي للمحور y معادلته من الصورة $\boxed{x = \text{عدد}}$ وفي هذه الحالة العدد هو الإحداثي x للنقطة B أي يتحقق:

$$BE: \boxed{x = 4}$$

CE مستقيم موازٍ للمحور x:

المستقيم الموازي للمحور x معادلته $\boxed{y = \text{عدد}}$ وفي هذه الحالة العدد هو الإحداثي y للنقطة C أي معادلته: $\boxed{y = -9}$ من هنا إحداثيات E هي $E: (4,9)$



مساحة المثلث $\frac{BE \cdot EC}{2} = BCE$

$CE = 4 - 1 = 3$ (طول) $BE = 9$ (طول)

$$S_{\Delta BCE} = \frac{9 \cdot 3}{2} = \frac{27}{2} = 13.5$$

(مساحة ΔBCE)

/يتبع في صفحة 6

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

لا تكتب في هذه المنطقة لا تكتب באזור זה

2. يزداد عدد السكّان في مدينة معيّنة بـ 1.3% كلّ سنة.

في 1 كانون الثاني من كلّ سنة يتمّ إحصاء لعدد السكّان في هذه المدينة.

في 1 كانون الثاني 2010 كان عدد السكّان في المدينة 500,000.

أ. كم سيكون عدد السكّان في المدينة في 1 كانون الثاني 2040؟

ب. كم كان عدد السكّان في المدينة في 1 كانون الثاني 2000؟

جـ. في 1 كانون الثاني من أيّة سنة كان في المدينة في المرّة الأولى أكثر من 525,000 نسمة؟

أ- بحسب المعطيات فإن عدد سكان المدينة يزداد بـ 1.3٪ كل سنة أي أن $p=1.3\%$ او $p=0.013$

في 1.1.2010 كان عدد السكان في المدينة 500,000 اي أن $M_0=500,000$.

بما أن $p=0.013$ لذلك $q=1+p=1+0.013=1.013$ ← $q=1.013$

عدد سكان المدينة في 1.1.2040 اي بعد 30 سنة من 1.1.2010 هو:

$$M(30)=500,000(1.013)^{30}$$

$$M_{30}=736636$$

عدد السكان في 1.1.2040

ب- في 1.1.2000 اي 10 سنوات قبل 2010

عدد السكان هو $M(-10)$ ويحقق:

$$M(-10)=500,000(1.013)^{-10}=439415$$

عدد السكان في 1.1.2000 هو 439415 مواطن.

لא לכתוב באזור זה לא تكتب في هذه المنطقة

/ يتبع في صفحة 7 /

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

מתמטיקה, מועד חורף מאוחר, תשפ"א, 2021, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، موعد شتاء متأخّر، 2021، رقم 035381 + ملحق

ב. في ? 1.1.0 في أي سنه كان عدد السكان في المدينه 525000 او اكثر ؟ لكي نجد السنة نفحص في أي مرة يفوق عدد سكان المدينه 525000 بواسطه التعويض:

في 1.1.2010 عدد السكان M_0 500,000

في 1.1.2011 عدد السكان: $M_1 = 500,000(1.013)$

اي في 1.1.2011 عدد السكان 506500

في 1.1.2012 عدد السكان: $M_2 = 500,000(1.013)^2 = 513084$

في 1.1.2013 عدد السكان: $M_3 = 500,000(1.013)^3$

$M_3 = 519,754$

في 1.1.2014 عدد السكان اي بعد 4 سنوات من 1.1.2010

$M_4 = 500,000(1.013)^4 = 526511$

وبالتالي عدد السكان في 1.1.2014 هو 526511

وبهذه السنة لأول مره يكون عدد السكان في المدينه اكبر من 525000

לא לכתוב באזור זה אין לכתוב في هذه المنطقة

3. في متوالية هندسيّة جميع حدودها موجبة، الحدّ الثالث هو 3,840 والحدّ الخامس هو 6,000.

أ. جد أساس المتوالية.

ب. جد الحدّ الأوّل في المتوالية.

جـ. جد في أيّ مكان في المتوالية يتواجد الحدّ 9,375.

أ- نكتب حدود المتوالية المعطاة:

$\underline{\ \ }_{a_1}, \underline{\ \ }_{a_2 = a_1 q}, \underline{3840}_{a_3}, \underline{\ \ }_{a_4}, \underline{6000}_{a_5}$

$a_3 \cdot q \quad a_3 \cdot q \cdot q$

$a_3 \cdot q^2 = 3840 \cdot q^2 = 6000$

$\rightarrow 3840 \cdot q^2 = 6000 \rightarrow q^2 = \frac{6000}{3840} = 1.5625$

$\rightarrow q^2 = 1.5625 \rightarrow q = +\sqrt{1.5625} = 1.25$

q موجب لان كل حدود المتوالية موجبة

اذا $\boxed{q = 1.25}$

طريقة أخرى:

$a_5 = 6000 \quad a_3 = 3840$ حسب المعطيات

$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$: حسب قانون الحد العام للمتوالية الهندسية

يتحقق:

نقسم المعادلتين ÷

$a_3 = a_1 \cdot q^2 = 3840$

$a_5 = a_1 \cdot q^4 = 6000$

$\Rightarrow \frac{a_3}{a_5} = \frac{a_1 \cdot q^2}{a_1 \cdot q^4} = \frac{3840}{6000}$

$\Rightarrow \frac{q^2}{q^4} = \frac{3840}{6000} = \frac{1}{q^2} = 0.64$

$\rightarrow 1 = 0.64 q^2 \rightarrow \frac{1}{0.64} = q^2 \Rightarrow 1.5625 = q^2$

$\boxed{1.25 = \sqrt{1.5625} = q}$

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

/يتبع في صفحة 9/

לא לכתוב באזור זה
لا تكتب في هذه المنطقة

מתמטיקה, מועד חורף מאוחר, תשפ"א, 2021, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، موعد شتاء متأخّر، 2021، رقم 035381 + ملحق

ب. في البند (א) توصلنا الى أن $q=1.25$ (اساس المتوالية)
وبما ان المعطيات $a_3=3840$ اي يتحقق:

$$a_3=a_1\cdot q^2 \Rightarrow 3840=a_1\cdot(1.25)^2$$

$$\Rightarrow 3840=a_1\cdot(1.5625) \Rightarrow \frac{3840}{1.5625}=a_1$$

$$\Rightarrow \boxed{2457.6=a_1}$$

الحد الاول في المتوالية هو 2457.6

ج. نكتب الحدود حتى الحد الخامس وهي حدود تواصل هرب
كل حد بـ $q=1.25$ حتى ان نصل للحد 9375
ونعبر عن مكانه

$$\frac{6000}{a_5},\ \underbrace{6000(1.25)=7500}_{a_6},\ \underbrace{7500\cdot(1.25)=9375}_{a_7}$$

$$\boxed{\text{اذاً الحد السابع هو } 9375}$$

/ يتبع في صفحة 10 /

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il
לא לכתוב באזור זה. لا تكتب في هذه المنطقة

מתמטיקה, מועד חורף מאוחר, תשפ"א, 2021, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، موعد شتاء متأخّر، 2021، رقم 035381 + ملحق

לא לכתוב באזור זה
لا تكتب في هذه المنطقة

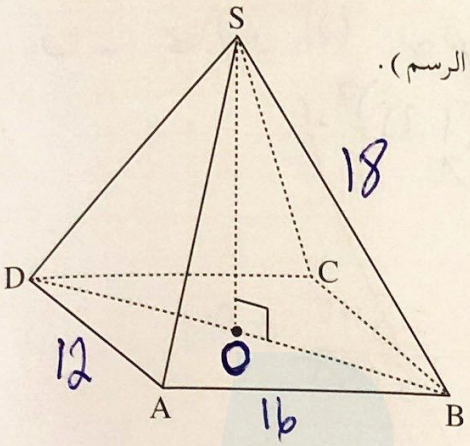
حساب المثلّثات

4. القاعدة ABCD في الهرم القائم والرباعيّ SABCD هي مستطيل (انظر الرسم).

معطى أنّ: AD = 12 سم،

AB = 16 سم،

طول SB، الضلع الجانبيّ للهرم، هو 18 سم.



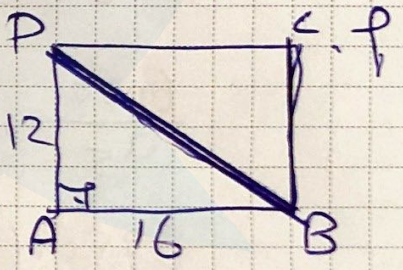
أ. جد طول قطر قاعدة الهرم.

ب. جد الزاوية التي بين ضلع جانبيّ وبين قاعدة الهرم.

ج. جد الزاوية التي بين الضلع الجانبيّ SB وبين الضلع الجانبيّ SD.

بحسب المعطيات: ABCD هو مستطيل فيه $AB=16$ $AD=12$
الأضلاع الجانبية في الهرم القائم متساوية ولذلك
$SA=SD=SC=SB=18$: أي طول كل واحد منها هو 18 سم

القاعدة ABCD هي مستطيل
ولذلك المثلث ADB قائم
BD هو قطر القاعدة وهو وتر
المثلث القائم الزاوية: وبحسب فيثاغورس:



$$BD^2=12^2+16^2 \Rightarrow BD^2=400 \rightarrow BD=\sqrt{400}=20$$

$\boxed{BD=20}$ اذا طول قطر القاعدة هو

/ يتبع في صفحة 11 /

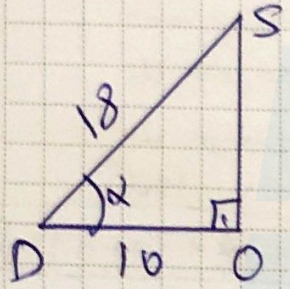
1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

מתמטיקה, מועד חורף מאוחר תשפ"א, 2021, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، موعد شتاء متأخّر، 2021، رقم 035381 + ملحق

ب. الزاوية بين الضلع الجانبي وقاعدة الهرم هي $\angle SDO$

المثلث SDO قائم الزاوية

فيه $SD=18$ و $DO=\frac{BD}{2}$ ← $DO=\frac{20}{2}$ ← $DO=10$



الضلع $SD=18$ هو الوتر في المثلث SDO

والضلع DO هو الضلع المجاور لـ α

لذلك يتحقق:

$\cos\alpha=\frac{10}{18}$ 0.5555

$\alpha=$ shift cos 0.5555

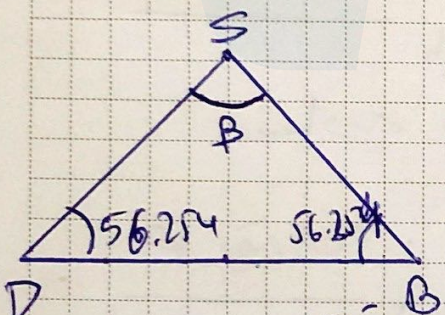
$\boxed{\alpha=56.254}$ الزاوية بين الضلع الجانبي والقاعدة

ج. المثلث SDB هو مثلث متساوي الساقين $SD=SB=18$

بحيث الضلع (د) $\angle D=56.254$

وبما أن المثلث متساوي الساقين

لذلك $\angle D=\angle B=56.254$



بما أن مجموع زوايا المثلث 180 لذلك يتحقق

$180=\beta+56.254+56.254$ ← $180-112.508=67.492=\beta$

112.508

$\beta=67.492$

الزاوية بين SD و SB

/ يتبع في صفحة 12 /

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

לא לכתוב באזור זה. لا تكتب في هذه المنطقة

מתמטיקה, מועד חורף מאוחר, תשפ"א, 2021, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، موعد شتاء متأخّر، 2021، رقم 035381 + ملحق

לא לכתוב באזור זה / لا تكتب في هذه المنطقة

الإحصاء والاحتمال

5. أمامك قائمة علامات لخمسة طلّاب: 77 ، 78 ، 79 ، 84 ، 87 .

أ. احسب معدّل علامات الطلّاب.

ب. اختاروا بشكل عشوائيّ واحدًا من خمسة الطلّاب. ما هو الاحتمال بأن تكون علامته أقلّ من المعدّل؟

جـ. أُضيفت إلى العلامات الخمس علامة طالب سادس. معدّل علامات ستّة الطلّاب مساوٍ للمعدّل الذي حسبتَه في البند "أ".

(1) ما هي علامة الطالب السادس؟

(2) هل بعد إضافة علامة الطالب السادس، كَبُرَ الانحراف المعياريّ للعلامات أم صَغُرَ أم لم يتغيّر؟ علّل.

أ- معدل العلامات = مجموع العلامات / عدد العلامات

← المعدل = $\frac{77+78+79+84+87}{5} = \frac{405}{5} = 81$

إذًا معدل العلامات هو 81.

ب- عدد العلامات التي تحت المعدل هو 3: (79, 78, 77)

عدد العلامات الكلي هو 5

$P(\text{الطالب، علامته أقل من المعدل}) = \frac{3}{5} = 0.6$

/ يتبع في صفحة 13 /

1700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

מתמטיקה, מועד חורף מאוחר, תשפ"א, 2021, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، موعد شتاء متأخّر، 2021، رقم 035381 + ملحق

ج- سنحل السؤال بطريقتين:-

طريقة (أ):

بما أن علامة الطالب السادس لم تُغيّر المعدل، والمعدل بقيّ 81 لذلك علامة الطالب السادس مساوية للمعدل أي علامته 81

طريقة (ب):

نفرض علامة الطالب السادس هي X

إذا انطلقنا:

$$81 = \frac{77+78+79+84+87+X}{6} \quad (405)$$

$$\Rightarrow 81 = \frac{405+X}{6} \Rightarrow 81 \cdot 6 = 405+X \quad (486)$$

$$\Rightarrow 486 = 405+X \Rightarrow 486-405 = X$$

$$\Rightarrow \boxed{81 = X}$$

إذًا الطالب السادس علامته 81

/ يتبع في صفحة 14 /

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

לא לכתוב בשטח זה لا تكتب في هذه المنطقة

מתמטיקה, מועד חורף מאוחר, תשפ"א, 2021, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، موعد شتاء متأخّر، 2021، رقم 035381 + ملحق

לא לכתוב באזור זה
لا تكتب في هذه المنطقة

6. علامات طلّاب امتُحِنوا في امتحان قطريّ تتوزّع طبيعيًّا بانحراف معياريّ 8 .

69% من العلامات هي أعلى من العلامة 61 .

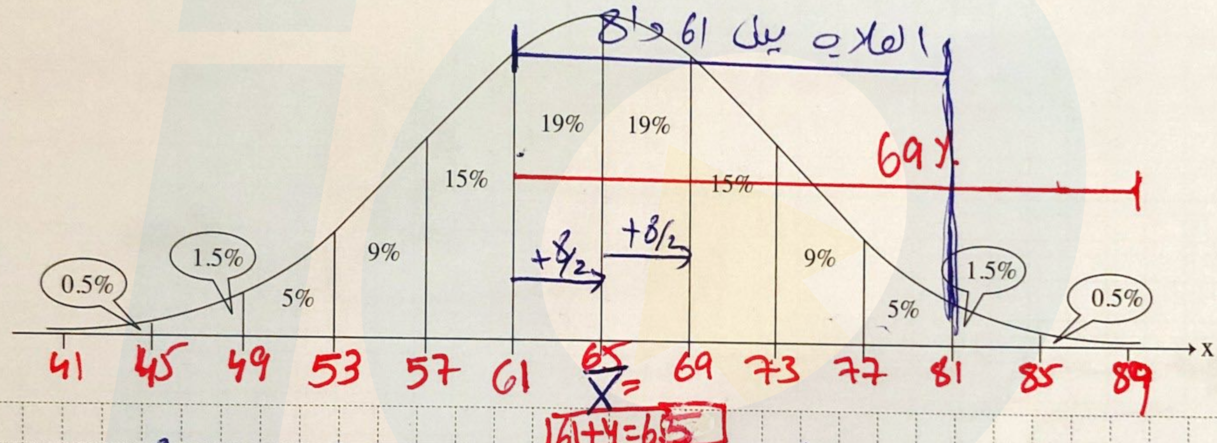
أ. ما هو معدّل العلامات؟

ب. ما هي النسبة المئويّة للطلّاب الذين حصلوا على علامة بين 61 وَ 81 ؟

جـ. عدد الطلّاب الذين حصلوا في الامتحان القطريّ على علامة بين 61 وَ 81 كان 83,750 .

حسب الرسم البيانيّ للتوزيع الطبيعيّ، كم طالبًا تَقَدَّمَ للامتحان القطريّ؟

أمامك الرسم البيانيّ للتوزيع الطبيعيّ من لائحة القوانين. استعْمِلْهُ في حساباتك.



بحسب المعطيات الأنحراف المعياري للعلامات هو 8 ⇐ S=8

و 69% من الطلاب حصلوا على علامة أعلى من 61.

نحدد 69% من الطلاب على المنحنى البياني (ال 69% من الجهة اليمين لان العلامات لهذه الطلاب أعلى من 61)

و العلامة 61 ستكون بين المستطيل 15% و 19%

وبالتالي معدل العلامات هو $61+\frac{S}{2} \Leftarrow 61+\frac{8}{2} \Leftarrow 65$

اذا معدل العلامات 65

الآن يمكننا ترتيب كل العلامات على المنحنى إبتداءً كل

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

/يتبع في صفحة 15/

מתמטיקה, מועד חורף מאוחר, תשפ"א, 2021, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، موعد شتاء متأخّر، 2021، رقم 035381 + ملحق

علامة أكبر من التي تقابل ب- 4 علامات (الانحراف المعياري / 2)

ب. نحدد الفترة بين 61 حتى 81 ونجمعها
نحصل على النسبة المئوية للطلاب الذين علاماتهم
بين 61 و حتى 81.
بحسب النسب على المنحنى البياني نسبة الطلاب
بين 61 و 81 هي (انظر الرسم)

19% + 19% + 15% + 9% + 5% = 67%

اي انه 67% من الطلاب علاماتهم بين 61 و 81

ج. بحسب المعطيات عدد الطلاب الذين علاماتهم بين
61 و 81 هو 83750. ونبنهم كما وجدنا
في البند (ب) هي 67%.
نفرض عدد الطلاب الكلي X اذاً يتحقق:

$67\% \cdot X = 83750$

$\frac{67}{100} \cdot X = 83750 \quad /\cdot 100 \rightarrow 67X = 8375000 \quad /:67$

$\rightarrow X = \frac{8375000}{67} = 125000$

إذا عدد الطلاب الكلي هو 125000

בהצלחה!
نتمنّى لك النّجاح!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.

1-700-70-66-22 | www.IQsmart.co.il

לא לכתוב באזור זה אני לא אכתוב